

# 拒绝服务攻击下高阶链式结构多智能体系统的有限时间安全控制

王靖瑶, 宋 健, 郭景华\*, 曾泽钦

(厦门大学自动化系, 福建厦门 361000)

**摘 要:** 本文聚焦拒绝服务(Denial of Service, DoS)攻击环境下,高阶链式结构多智能体系统的有限时间安全控制难题,开展系统性建模、算法设计与理论验证研究。先构建领导者-跟随者高阶链式动力学模型,精准刻画点对点DoS攻击场景,明确受攻击智能体无法收发信息的核心约束,还原真实网络攻击下的通信中断特征。针对攻击引发的通信链路失效、状态信息丢失问题,设计分布式有限时间观测器,实现领导者状态与输入信息的快速精准估计,有效补偿通信中断造成的信息缺失,同时量化分析DoS攻击对观测器收敛时间的影响,严格证明只要攻击周期存在上限,观测器即可保持预期收敛性能。基于反步法设计流程,融合有限时间控制理论,提出适配高阶链式系统特性的安全控制协议,借助李雅普诺夫稳定性理论完成系统稳定性证明,确保系统在攻击干扰下仍能实现有限时间稳定。为验证所提方法的有效性,以轮式移动机器人编队为仿真对象,搭建包含1个领导者与5个跟随者的高阶链式多智能体系统,在总时长3 s的DoS攻击场景下开展数值仿真。结果表明,所设计观测器可在攻击间歇期0.1 s内快速恢复对领导者信息的准确估计,状态观测误差约6 s收敛至零,跟踪误差约7 s实现完全收敛,系统抗攻击恢复速度显著提升。通过与现有基于观测器的分布式有限时间控制方法对比,本文方案在收敛速度、抗干扰能力与跟踪精度上均具备明显优势。同时开展噪声鲁棒性与参数敏感性测试,验证系统在测量噪声干扰下仍能稳定运行,控制参数小幅波动对收敛性能影响微弱,具备良好工程适用性。研究成果完善了DoS攻击下高阶链式多智能体系统安全控制理论体系,可为无人机编队、智能机器人集群、智能电网等易受网络攻击的关键装备与系统,提供有限时间安全协同控制的技术支撑,提升复杂网络环境下系统的运行可靠性与抗毁能力。

**关键词:** 多智能体系统; DoS攻击; 有限时间控制; 分布式观测器; 高阶链式; 安全控制

**基金项目:** 厦门市自然科学基金(No.3502Z202471004); 国家自然科学基金(No.62473323, No.52372419)

**中图分类号:** TP273; TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2026)03-0981-19

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.12263/DZXB.20251088

## Finite-Time Secure Control of High-Order Chain-Structured Multi-Agent Systems under Denial-of-Service Attacks

WANG Jingyao, SONG Jian, GUO Jinghua\*, ZENG Zeqin

(Department of Automation, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361000, China)

**Abstract:** This paper focuses on the finite-time secure control problem of high-order chain-structured multi-agent systems under denial-of-service (DoS) attacks, and conducts systematic modeling, algorithm design and theoretical verification. Firstly, a high-order chain dynamic model of the leader-follower framework is established, which accurately describes the point-to-point DoS attack scenario and defines the core constraint that attacked agents cannot send or receive information, thus restoring the characteristics of communication interruption under real cyber attacks. To address the issues of communication link failure and state information loss caused by attacks, a distributed finite-time observer is designed to achieve fast and accurate estimation of the leader's state and input information, effectively compensating for the information loss due to communication interruption. Meanwhile, the impact of DoS attacks on the convergence time of the observer is quantitatively analyzed, and it is rigorously proved that the observer can maintain the expected convergence performance as long as the attack period is upper bounded. Based on the backstepping design procedure and finite-time control theory, a secure control protocol adapted to the characteristics of high-order chain systems is proposed, and the system stability is verified via Lyapunov stability theory, ensuring that the system can achieve finite-time stability despite attack disturbances. To validate the effectiveness of the proposed method, numerical simulations are carried out in a scenario with a total DoS attack duration of 3 seconds, using a wheeled mobile robot formation as the simulation object and constructing a high-order chain multi-agent system with one lead-

er and five followers. The results show that the designed observer can quickly restore accurate estimation of the leader's information within 0.1 seconds during attack intervals, the state observation error converges to zero in about 6 seconds, and the tracking error achieves complete convergence in about 7 seconds, significantly improving the system's attack-resistant recovery speed. Compared with the existing observer-based distributed finite-time control methods, the proposed scheme exhibits obvious advantages in convergence speed, anti-interference ability and tracking accuracy. Furthermore, noise robustness and parameter sensitivity tests verify that the system can operate stably under measurement noise interference, and small fluctuations in control parameters have little effect on convergence performance, indicating good engineering applicability. The research results improve the theoretical system of secure control for high-order chain multi-agent systems under DoS attacks, and can provide technical support for finite-time secure cooperative control of key equipment and systems vulnerable to cyber attacks, such as unmanned aerial vehicle formations, intelligent robot swarms, and smart grids, enhancing the operational reliability and survivability of systems in complex network environments.

**Keywords:** multi-agent systems; DoS attacks; finite-time control; distribute observer; high-order chained; secure control

**Foundation Item(s):** Xiamen Natural Science Foundation (No.3502Z202471004); National Natural Science Foundation of China (No.62473323, No.52372419)

## 0 引言

多智能体系统 (Multi-Agent System, MAS) 在无人机编队、智能电网、智能交通等领域有着广泛应用,然而, MAS 的分布式通信特性使其极易遭受网络攻击,其中拒绝服务 (Denial of Service, DoS) 攻击是最具破坏性的攻击类型之一。DoS 攻击可分为链路攻击、节点攻击及分布式攻击,链路攻击破坏节点间通信链路,节点攻击导致节点丧失通信能力,分布式攻击则通过多个攻击者针对不同节点实施差异化攻击策略。

为应对 DoS 攻击带来的挑战,学界已开展一系列针对性研究。针对双积分器多智能体系统,设计攻击检测与拓扑恢复机制,结合反步法重构控制器以实现分布式优化,确保系统输出收敛至全局最优解<sup>[1]</sup>提出节点型分布式 DoS 攻击模型,基于指数函数构建固定时间稳定性定理,设计弹性动态事件触发机制降低通信开销,实现领导者-跟随者固定时间共识<sup>[2]</sup>。在容错控制方面,提出双信道事件触发协议,解决 DoS 攻击与执行器部分故障并存下的包含控制问题,无需观测器即可简化系统结构<sup>[3]</sup>。针对虚假数据注入攻击与 DoS 攻击并存场景,设计观测器重构不可测状态,结合动态面控制与反步法,消除攻击影响并解决复杂性爆炸问题,实现非线性 MAS 的有限时间包含控制<sup>[4]</sup>;提出预设时间扩张状态观测器,结合滑模控制实现 DoS 攻击下的领导者-跟随者固定时间共识,有效估计未知扰动与速度信息<sup>[5]</sup>;基于时变函数设计预定义时间控制策略,使系统收敛时间可灵活调节,且无需全局拉普拉斯矩阵信息,通过全分布式混合事件触发机制更新控制信号,节省通信资源<sup>[6-7]</sup>。

传统控制策略往往难以维持系统的稳定性和安全性。针对高阶链式多智能体系统在 DoS 下的有限时间安全控制问题,深入研究具有重要的理论意义和现实紧迫性。本研究不仅完善了多智能体系统安全

控制的理论框架,还为现实应用中的关键系统提供了切实可行的安全防护策略,确保其在复杂网络攻击场景中稳定运行。

与破坏数据完整性的欺骗攻击不同, DoS 通过阻断远程部署的智能体或系统组件之间的通信通道,专门针对数据可用性发起攻击,导致传感器和控制器数据无法使用。拒绝服务攻击对多智能体系统的影响已得到广泛研究。Zhou 等人<sup>[8]</sup>提出了一种连接恢复机制,可在 DoS 攻击期间维持智能体连接。Li 等人<sup>[9]</sup>将受 DoS 影响的 MAS 建模为开关系统,并设计了分布式模式依赖控制协议以达成共识。Li 等人<sup>[10]</sup>开发了状态预测器,用于重建 DoS 中断期间被阻断的状态信息,并设计了控制协议以缓解此类攻击引发的开环现象。Li 等人<sup>[11]</sup>引入过滤器增强系统 DoS 容错能力,只要网络保持间歇性连接,系统就能抵御攻击。Mousavian 等人<sup>[12]</sup>分析了 DoS 攻击期间系统在稳定与不稳定动态之间的切换,并确定了确保全局包容收敛的最大允许攻击持续时间和频率。然而,这些研究在分析分布式系统遭受拒绝服务攻击时的性能表现时,普遍采用线性化通用动力学模型,这在一定程度上限制了其对复杂动态环境的适应能力。

众多学者已认识到,非完整约束不仅会限制智能体运动的自由度,还会显著增加系统动态建模的复杂性。尽管针对拒绝服务攻击对这类系统影响的研究已相当深入,但仍存在若干局限性。例如,关于网络化非完整约束移动机器人在拒绝服务攻击下的有限时间编队控制研究<sup>[13]</sup>,虽然构建了分布式观测器和事件触发机制,但未能充分考虑攻击场景下的系统动态特性。高阶链式多智能体系统独特的链式结构与高阶动力学特性,限制了其同类系统中的普适性。尽管其他研究者已采用库普曼算子<sup>[14]</sup>和事件触发方案<sup>[15]</sup>构建了具备鲁棒性的控制框架,但未能充分应

对高阶链式 MAS 非完整约束引发的特殊动态特性,导致难以满足快速有限时间收敛的需求。在链式系统安全控制领域<sup>[16]</sup>,分布式观测器与控制算法涉及大量参数,拓扑权重与控制参数之间的复杂关联关系,给实际参数调校带来挑战。现有 DoS 攻击下多智能体系统协同控制研究,多聚焦攻击建模与控制协议设计,对攻击引发的系统不确定性本质缺乏统一认知框架。不确定性问题的核心是对立状态间的转变边界刻画,通信拓扑通断、状态观测敛散、跟踪控制稳失稳的本质,均为确定性与不确定性的边界处理问题<sup>[17]</sup>。据此,本文以链式多智能体系统为研究对象,从攻击下系统不确定性的边界认知视角出发,设计分布式有限时间观测器与安全控制协议,实现 DoS 攻击下领导者-跟随者有限时间共识跟踪。

如前所述,针对拒绝服务攻击下高阶链式多智能体系统(MASs)的深入研究具有至关重要的意义。在系统控制性能的关键指标中,能否在有限时间内实现稳定控制,是判断系统能否快速恢复正常运行的核心指标。在多智能体系统领域,众多学者已针对各类 MASs 的有限时间控制开展了广泛研究。Yang 等人<sup>[18]</sup>提出了一种适用于具有动态拓扑结构的连续时间非凸约束 MASs 的分布式有限时间共识算法,有效促进了系统达成共识。Yu 等人<sup>[19]</sup>针对具有一阶和二阶动态特性的混合阶异构 MASs,设计了一种新型钉扎事件触发控制协议,使系统能在有限时间内达成共识。Lu 等人<sup>[20]</sup>基于结构平衡原理提出拓扑切换方法,考虑了 MASs 中通信状态的变化,设计了有限时间控制协议以实现二分共识。Li 等人<sup>[21]</sup>通过分析型全分布式模型预测控制器优化了共识问题,确保系统在有限时间内保持稳定。Luo 等人<sup>[22]</sup>将滑模控制与自适应控制相结合,设计出有限时间共识控制协议,并引入超扭转滑模控制协议以缓解滑模控制固有的抖振现象。当系统遭受拒绝服务攻击时,不仅需要保持稳定,还需在有限时间内实现快速收敛,以确保关键任务的持续执行和系统功能的有效恢复。因此,深入研究分布式传感器系统在拒绝服务攻击下的快速有限时间收敛特性至关重要。这不仅能进一步完善分布式传感器系统的安全控制理论,还能显著提升其在实际应用中的可靠性和抗攻击能力。

受上述讨论启发,本文旨在设计一种有限时间安全控制器,既能确保分布式传感器系统在遭受拒绝服务攻击时的稳定性,又能实现快速收敛。本文的主要贡献可归纳如下:

(1) 现有研究<sup>[9-11]</sup>将多输入多输出系统简化为线性系统,仅关注无限时间内的渐近稳定性。本文提出了一种有限时间控制策略。通过充分考虑链式系统

的特性,该策略实现了 DoS 攻击下能快速收敛,因此更适用于复杂场景。

(2) 为解决拒绝服务攻击导致的通信链路中断问题,本文设计了一种分布式观测器。该观测器不仅能快速准确地获取领导者的信息,还能有效应对频繁的链路中断。因此,即使在恶劣的攻击环境下,系统的稳定性和可靠性也得到了显著提升。

(3) 本文摒弃了拒绝服务攻击遵循特定随机分布的假设。通过理论推导证明,只要拒绝服务攻击周期存在上限,系统就能满足所需的收敛时间要求。该方法为分析和控制遭受拒绝服务攻击的多智能体系统提供了更灵活、更实用的框架。

## 1 问题的提出

本节将介绍图论符号体系,以及系统动力学模型和欺骗攻击模型,这些内容对问题的建模至关重要。

### 1.1 符号

$\mathbf{G} = (V, E)$  是一个用于建模用户互动关系的图结构。其中,  $V$  表示所有节点的集合, 定义为  $V = \{1, 2, \dots, N\}$ ;  $E$  代表所有节点间的连接关系集合。 $\mathbf{G}$  的邻接矩阵  $\mathbf{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ , 当且仅当节点  $i$  与  $j$  之间存在连接时,  $a_{ij} = 1$ , 否则  $a_{ij} = 0$ 。 $\mathbf{G}$  的拉普拉斯矩阵  $\mathbf{L} = (l_{ij})_{N \times N}$ , 其中  $l_{ij} = -a_{ij}$  当且仅当  $i \neq j$  和  $l_{ii} = \sum_{j=1}^N a_{ij}$ 。 $\mathbf{G}$  的一条有向路径由一系列有向边表示。对于无向图,  $a_{ij} = a_{ji}$ 。

### 1.2 系统模型

考虑一个由  $N$  个跟随者和一个领导者组成的 MASs。第  $i$  个跟随者的动力学被描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,i}(t) = u_{1,i}(t) \\ \dot{x}_{2,i}(t) = x_{3,i}(t)u_{1,i}(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{m-1,i}(t) = x_{m,i}(t)u_{1,i}(t) \\ \dot{x}_{m,i}(t) = u_{2,i}(t) \end{cases}, i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{x}_i(t) = [x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{m,i}]^T \in \mathbb{R}^m$  表示第  $i$  个智能体的状态;  $\mathbf{u}_i(t) = [u_{1,i}, u_{2,i}]^T \in \mathbb{R}^2$  表示待设计的控制协议。领导者动力学描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,0}(t) = u_{1,0}(t) \\ \dot{x}_{2,0}(t) = x_{3,0}(t)u_{1,0}(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{m-1,0}(t) = x_{m,0}(t)u_{1,0}(t) \\ \dot{x}_{m,0}(t) = u_{2,0}(t) \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{x}_0(t) = [x_{1,0}, x_{2,0}, \dots, x_{m,0}]^T \in \mathbb{R}^m$  是领头节点的状态;  $\mathbf{u}_0(t) = [u_{1,0}, u_{2,0}]^T \in \mathbb{R}^2$  是领头节点的控制输入。

**假设 1** 领导者输入满足  $|\dot{u}_{1,0}(t)| \leq d_1, |\dot{u}_{2,0}(t)| \leq d_2, d_3 \leq |u_{1,0}(t)| \leq \tau_1$ , 其中  $d_1, d_2, d_3$  和  $\tau_1$  是正数, 且  $u_{2,0}(t)$  有有限的上界。

**假设 2** 领导者状态满足  $|x_{k,0}| \leq \tau_k, k = 2, 3, \dots, m$ , 其中  $\tau_k$  是已知的正数常量。

### 1.3 DoS 攻击

根据 DoS 攻击的目标类型, 这类攻击可分为节点型攻击和边型攻击, 如图 1 所示。当发生边型攻击时, 部分节点间的通信链路会被切断, 从而阻断两个代理之间的通信。若攻击者针对某个节点发起攻击, 该节点向其所有邻居节点传输的信息将被阻断, 同时该节点也无法接收来自任何邻居节点的信息。攻击过程中, 攻击者会隔离部分或全部节点, 导致原本互联的多智能体系统通信拓扑瘫痪。受攻击的代理节点在攻击结束后才能恢复信息传输。由于分布式控制算法的收敛特性高度依赖于通信拓扑的连通性, 这种破坏通信拓扑连接的 DoS 攻击形式, 会削弱甚至完全摧毁控制算法的收敛特性。因此, 节点型拒绝服务攻击的负面影响促使我们深入研究此类攻击场景下多智能体系统的控制问题。

基于节点攻击机制, 我们构建了一个拒绝服务攻击模型。图 2 展示了受一系列拒绝服务攻击影响的链式多智能体系统通信交互拓扑结构。在拒绝服务攻击作用下, 多智能体系统的通信拓扑会在正常连接图与通信瘫痪图之间反复切换, 其切换周期由攻击持续时间决定。其中,  $\mathbf{G}$  表示攻击前各智能体间的初始通信拓扑图,  $\mathbf{G}^A$  和  $\mathbf{G}^B$  则分别表示部分智能体遭受拒

绝服务攻击时的瘫痪状态拓扑图。 $\mathbf{G}$  在无攻击状态下的通信权重矩阵和拉普拉斯矩阵记为  $\mathbf{a}_{ij}$ , 攻击恢复后的通信权重矩阵和拉普拉斯矩阵记为  $\mathbf{L}$ 。

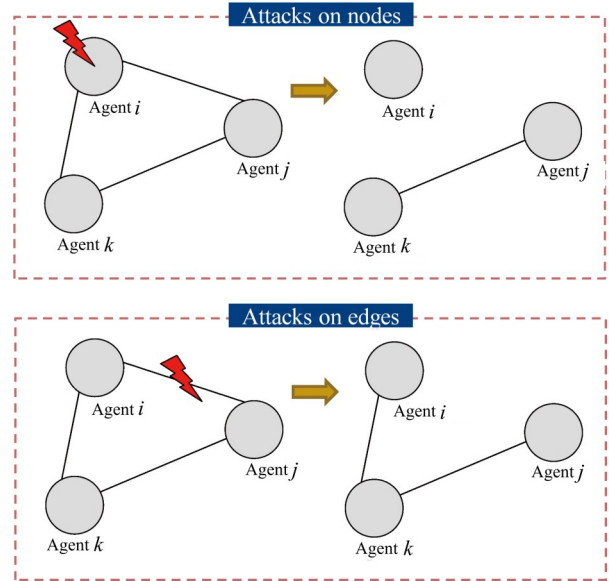


图 1 基于边缘和基于节点的 DoS 攻击结构图

Figure 1 Structure of edge-based and node-based DoS attacks

当第  $i$  个智能体受到攻击时, 根据拉普拉斯矩阵的特性,  $\mathbf{L}^A$  和  $\mathbf{L}^B$  对应的  $i$ -行和  $i$ -列元素均为零, 这意味着智能体  $i$  与其他智能体之间的信息传输链路被切断, 信息交互受阻, 导致智能体在执行任务时难以实现协同控制。

**假设 3** 当系统不发生攻击时, 其通信拓扑是一个无向连通图, 且至少有一个追随者能从领导者处获取信息。

将第  $k$  次拒绝服务攻击发生时的交互拓扑时间序列定义为  $t_k^s$ , 攻击后连接恢复时间序列定义为

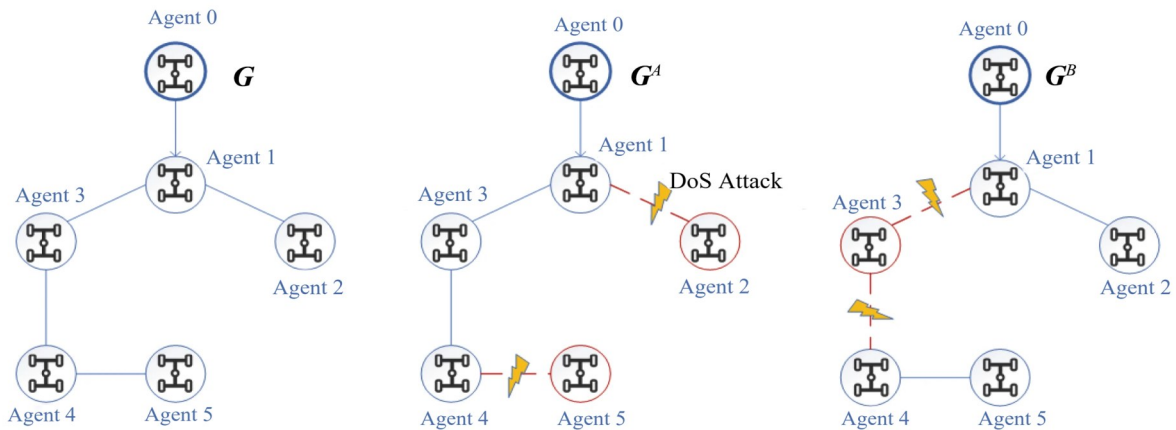


图 2 面向服务的群集(MAS)遭受拒绝服务攻击时的通信拓扑结构示意图

Figure 2 Communication topology of MAS under DoS attacks

$t_k^e (k=0, 1, \dots)$ 。由此,时间区间  $[t_{k-1}^e, t_k^s)$  和  $[t_k^s, t_k^e)$  分别表示无拒绝服务攻击和有攻击时的持续时间。需要特别注意的是,时间区间包含了攻击检测时间、检测报告传输时间以及通信链路网络恢复时间。DoS 攻击检测方案可概括为以下步骤。

**步骤 1:** 构建信息交互与确认机制。代理节点  $i$  传输自身信息,该信息包含状态和任务指令等关键数据,需在时间  $t$  向邻近智能体  $j$  发送。随后,邻近智能体  $j$  在成功接收信息后,需通过多个独立的安全通道向智能体  $i$  发送确认报告。这些安全通道采用与常规智能体间通信通道不同的协议,旨在降低确认消息在传输过程中遭受攻击和干扰的风险,从而确保确认消息的可靠送达。

**步骤 2:** 基于时间阈值的攻击检测。将接收确认消息的最大时间阈值设为  $\Delta_{\max}$ 。该阈值综合考虑系统正常通信延迟及可能存在的波动情况确定。若代理  $i$  在时间间隔  $[t, t + \Delta_{\max}]$  内未收到相邻代理  $j$  的确认消息,且在此期间已按照正常通信协议完成信息发送和等待流程,则可判定发生了 DoS 攻击。

**步骤 3:** 攻击响应与网络恢复。当检测到拒绝服务攻击时,代理  $i$  必须立即向智能通信管理中心提交检测报告。报告需包含攻击检测时间、涉及的邻近代理节点及未收到确认消息的具体情况等信息。作为系统网络的监控管理中心,智能通信中心在收到报告后,将根据监控结果决定是否恢复或重新初始化该代理系统的通信拓扑结构。

假设节点  $i$  处的交互边状态取决于  $\psi(t)$ 。当攻击者在时间区间  $[t_k^s, t_k^e)$  内针对节点  $i$  发起攻击时,对于任意  $j$ ,  $\psi(t) = 0$ ; 当无攻击发生时,  $\psi(t) = 1$ 。在 DoS 攻击场景中,时变拓扑图  $\mathbf{G}^{\psi(t)}$  描绘了智能体间的交互拓扑结构。该图的通信权重由  $a_{ij}^{\psi(t)} = \psi(t)a_{ij}$  给出,其拉普拉斯矩阵为  $\mathbf{L}^{\psi(t)}$ ,从而直观展示了拒绝服务攻击下智能体间通信连接状态的变化规律及拓扑结构特征。

#### 1.4 引理

本节将给出若干将在第三节中使用的引理。为简化符号表述,下文将省略状态随时间  $t$  变化的依赖关系。

**引理 1** 如果  $q > 0$  且  $0 < p < 1$ , 那么对于任何  $x, y \in \mathbb{R}$ , 有  $|x^{pq} - y^{pq}| \leq 2^{1-p} |x^q - y^q|^p$ 。

**引理 2** 设  $c, d > 0$  为常数,  $\gamma > 0$  为任意函数。对于任意  $x, y \in \mathbb{R}$ , 有

$$|x|^c |y|^d \leq \frac{c}{c+d} \gamma |x|^{c+d} + \frac{d}{c+d} \gamma^{-\frac{c}{d}} |y|^{c+d}。$$

**引理 3** 若  $0 < p < 1$ , 则对于所  $x_i \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, n$ , 有  $(|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|)^p \leq |x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p$ 。若  $p > q > 0$ , 则对于所有  $x \in \mathbb{R}^n$ , 有  $\|x\|_p \leq \|x\|_q \leq n^{\frac{1}{q} - \frac{1}{p}} \|x\|_p$ 。

**引理 4** 考虑微分方程  $\dot{x} = -\alpha x^{1 - \frac{1}{\zeta}} - \beta x^{1 + \frac{1}{\zeta}}$ ,  $x(0) = x_0$ , 其中  $x \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ ,  $\alpha, \beta > 0$  且  $\zeta > 1$  时,  $x$  的原点是时间稳定的, 时间的上界满足  $T \leq T_{\max} = \frac{\pi^\zeta}{2\sqrt{\alpha\beta}}$ 。

#### 1.5 控制目标

在前文所述的系统模型框架下,本文的控制目标可表述如下:针对由  $N$  个跟随者(1)和一个领导者(2)组成的链式多智能体系统,在遭受 DoS 攻击时,为每个跟随者设计安全的分布式观测器以应对通信链路瘫痪的影响。此外,基于回溯控制原理,设计一个控制协议  $u_i(t)$ ,使得所有跟随者智能体在遭受拒绝服务攻击干扰时仍能满足:

$$\lim_{t \rightarrow T} \|x_i(t) - x_0(t)\|_2 = 0 \quad (3)$$

当  $t \geq T$  时,  $\|x_i(t) - x_0(t)\|_2 = 0$ , 其中  $T$  为与初始状态无关的收敛时间上限。这表明跟随者智能体能在有限时间内实现对领头智能体的共识跟踪。

## 2 观测器设计与控制器设计

DoS 攻击会严重破坏通信链路、中断信息传输,导致代理控制单元数据故障,并阻碍任务执行。为应对这一挑战,本节提出观测器与控制器的设计方案。观测器用于实时监测攻击引发的系统异常,并精准捕捉数据传输中的干扰信号;控制器则根据观测器的反馈动态调整控制策略,确保系统在遭受攻击时仍能保持稳定运行,同时保障 MASs 协作任务的高效执行。

### 2.1 分布式观测器的设计

本节重点研究拒绝服务攻击对链式多智能体系统的影响,为此为每个跟随者智能体设计了安全分布式观测器。该观测器可有效应对通信链路瘫痪的影响,并在有限时间内实时监测领导者的状态与输入信息。具体而言,我们为每个跟随者智能体构建了以下安全分布式观测器。

(1) 当发生攻击时,对于  $t \in [t_k^s, t_k^e)$ , 状态观测器的设计如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\varsigma}_{1,i} &= -\rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{w(t)} (\varsigma_{1,i} - \varsigma_{1,j}) + b_i (\varsigma_{1,i} - x_{1,0}) \right)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{w(t)} (\varsigma_{1,i} - \varsigma_{1,j}) + b_i (\varsigma_{1,i} - x_{1,0}) \right)^{1+\frac{\alpha}{\beta}} + \varsigma_{u1,i} \\ \dot{\varsigma}_{k,i} &= -\rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{w(t)} (\varsigma_{k,i} - \varsigma_{k,j}) + b_i (\varsigma_{k,i} - x_{k,0}) \right)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{w(t)} (\varsigma_{k,i} - \varsigma_{k,j}) + b_i (\varsigma_{k,i} - x_{k,0}) \right)^{1+\frac{\alpha}{\beta}} + \varsigma_{k+1,i} \\ &\quad + \varsigma_{u1,i}, \quad k=2, 3, \dots, m-1, \\ \dot{\varsigma}_{m,i} &= -\rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{w(t)} (\varsigma_{m,i} - \varsigma_{m,j}) + b_i (\varsigma_{m,i} - x_{m,0}) \right)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{w(t)} (\varsigma_{m,i} - \varsigma_{m,j}) + b_i (\varsigma_{m,i} - x_{m,0}) \right)^{1+\frac{\alpha}{\beta}} + \varsigma_{u2,i} \end{aligned} \right. \quad (4)$$

对于  $s=1, 2$  和  $i=1, 2, \dots, N$ , 输入观测器的设计如下:

$$\begin{aligned} \dot{\varsigma}_{us,i} &= -\theta_s \operatorname{sign} \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{w(t)} (\varsigma_{us,i} - \varsigma_{us,j}) + b_i (\varsigma_{us,i} - u_{s,0}) \right) \\ &\quad - a \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{w(t)} (\varsigma_{us,i} - \varsigma_{us,j}) + b_i (\varsigma_{us,i} - u_{s,0}) \right)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - b \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{w(t)} (\varsigma_{us,i} - \varsigma_{us,j}) + b_i (\varsigma_{us,i} - u_{s,0}) \right)^{1+\frac{\alpha}{\beta}} \end{aligned} \quad (5)$$

(2) 当没有发生攻击时, 对于  $t \in [t_{k-1}^e, t_k^s]$ , 状态观测器的设计如下:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\varsigma}_{1,i} &= -\rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} (\varsigma_{1,i} - \varsigma_{1,j}) + b_i (\varsigma_{1,i} - x_{1,0}) \right)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} (\varsigma_{1,i} - \varsigma_{1,j}) + b_i (\varsigma_{1,i} - x_{1,0}) \right)^{1+\frac{\alpha}{\beta}} + \varsigma_{u1,i} \\ \dot{\varsigma}_{k,i} &= -\rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} (\varsigma_{k,i} - \varsigma_{k,j}) + b_i (\varsigma_{k,i} - x_{k,0}) \right)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} (\varsigma_{k,i} - \varsigma_{k,j}) + b_i (\varsigma_{k,i} - x_{k,0}) \right)^{1+\frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad + \varsigma_{k+1,i} + \varsigma_{u1,i}, \quad k=2, 3, \dots, m-1 \\ \dot{\varsigma}_{m,i} &= -\rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} (\varsigma_{m,i} - \varsigma_{m,j}) + b_i (\varsigma_{m,i} - x_{m,0}) \right)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} (\varsigma_{m,i} - \varsigma_{m,j}) + b_i (\varsigma_{m,i} - x_{m,0}) \right)^{1+\frac{\alpha}{\beta}} + \varsigma_{u2,i} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

对于  $s=1, 2$  和  $i=1, 2, \dots, N$ , 输入观测器的设计如下:

$$\begin{aligned} \dot{\varsigma}_{us,i} &= -\theta_s \operatorname{sign} \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} (\varsigma_{us,i} - \varsigma_{us,j}) + b_i (\varsigma_{us,i} - u_{s,0}) \right) \\ &\quad - a \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} (\varsigma_{us,i} - \varsigma_{us,j}) + b_i (\varsigma_{us,i} - u_{s,0}) \right)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - b \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} (\varsigma_{us,i} - \varsigma_{us,j}) + b_i (\varsigma_{us,i} - u_{s,0}) \right)^{1+\frac{\alpha}{\beta}} \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $\varsigma_i = [\varsigma_{1,i}, \varsigma_{2,i}, \dots, \varsigma_{m,i}]^T \in \mathbb{R}^m$  和  $\varsigma_{u,i} = [\varsigma_{u1,i}, \varsigma_{u2,i}]^T \in \mathbb{R}^2$  分别是各跟随者对领导者状态  $x_0$  和输入  $u_0$  的估计值。 $\alpha$  和  $\beta$  分别为正偶数和正奇数。

在证明拒绝服务攻击下观测误差的有限时间稳定性定理之前, 有必要先详细阐述证明过程中将用到的相关引理。

**引理 5** 对于非线性系统  $\dot{x} = -\alpha x^{1-\frac{1}{\zeta}} - \beta x^{1+\frac{1}{\zeta}}$ ,  $x(0) = x_0$ , 且  $\zeta > 1$ , 若存在 Lyapunov 函数  $V(x)$ , 使得:

$$\begin{cases} \dot{V}(t) + 2\alpha(V(x(t)))^{1-\frac{1}{2\zeta}} \\ + 2\beta(V(x(t)))^{1+\frac{1}{2\zeta}} \leq 0, \quad \forall t \in [t_{k-1}^e, t_k^s] \\ \dot{V}(t) \leq 0, \quad \forall t \in [t_k^e, t_k^e] \end{cases} \quad (8)$$

然后  $V(x)$  将在  $T$  时间内收敛, 满足  $T \leq \frac{\pi\zeta}{2\sqrt{\alpha\beta}} +$

$T_s$ , 其中  $T_s$  是总攻击时间。

**证明** 当未发生攻击时, 对于  $t \in [t_{k-1}^e, t_k^s]$ , 我们

有  $\dot{V}(t) \leq -2\alpha(V(x(t)))^{1-\frac{1}{2\zeta}}$ 。进一步可得  $\frac{d}{dt} \left( V^{1-\frac{1}{2\zeta}}(t) \right) = \frac{1}{2\zeta} V^{\frac{1}{2\zeta}-1}(t) \dot{V}(t) \leq -\frac{\alpha}{\zeta} = -\varphi$ 。通过在区

间  $t \in [t_{k-1}^e, t_k^s]$  上对两边进行积分, 我们得到文本  $\int_{t_{k-1}^e}^t \frac{d}{dt'} \left( V^{\frac{1}{2\zeta}}(t') \right) dt' \leq -\int_{t_{k-1}^e}^t \varphi dt'$ 。通过重新排列, 我们可

以得到  $V^{\frac{1}{2\zeta}}(t) \leq V^{\frac{1}{2\zeta}}(t_{k-1}^e) - \varphi(t - t_{k-1}^e)$ 。进一步地, 有:

$$\begin{aligned} V^{\frac{1}{2\zeta}}(t) &\leq V^{\frac{1}{2\zeta}}(t_{k-1}^e) - \varphi(t - t_{k-1}^e) \\ &\leq V^{\frac{1}{2\zeta}}(t_{k-1}^s) - \varphi(t - t_{k-1}^e) \\ &\leq V^{\frac{1}{2\zeta}}(t_{k-2}^e) - \varphi(t_{k-1}^s - t_{k-2}^e) - \varphi(t - t_{k-1}^e) \\ &= V^{\frac{1}{2\zeta}}(t_{k-2}^e) + \varphi(t_{k-1}^e - t_{k-1}^s) - \varphi(t - t_{k-2}^e) \\ &\leq \dots \leq V^{\frac{1}{2\zeta}}(0) + \varphi T_s - \varphi t \end{aligned} \quad (9)$$

当发生攻击时,对于  $t \in [t_k^s, t_k^e)$ , 从  $\int_{t_{k-1}}^t \frac{d}{dt'} \left( V^{\frac{1}{2\zeta}}(t') \right) dt' \leq 0$  中我们可以得到  $V^{\frac{1}{2\zeta}}(t) \leq V^{\frac{1}{2\zeta}}(t_k^s)$ , 因此,有:

$$\begin{aligned} V^{\frac{1}{2\zeta}}(t) &\leq V^{\frac{1}{2\zeta}}(t_k^s) \leq V^{\frac{1}{2\zeta}}(t_{k-1}^e) - \varphi(t_k^s - t_{k-1}^e) \\ &= V^{\frac{1}{2\zeta}}(t_{k-1}^e) + \varphi(t - t_k^s) - \varphi(t - t_{k-1}^e) \quad (10) \\ &\leq \dots \leq V^{\frac{1}{2\zeta}}(0) + \varphi T_s - \varphi t \end{aligned}$$

然后  $V(x)$  可以在  $\frac{1}{\varphi} V^{\frac{1}{2\zeta}}(0) + T_s$  收敛到零。由  $\dot{x} = -\alpha x^{1-\frac{1}{\zeta}} - \beta x^{1+\frac{1}{\zeta}}$  得  $dt = \frac{-dx}{\alpha x^{1-\frac{1}{\zeta}} + \beta x^{1+\frac{1}{\zeta}}}$ 。设  $q = x^{\frac{1}{\zeta}}$ , 也就是  $x = q^\zeta$ 。因此,有:

$$dt = \frac{-dx}{\alpha x^{1-\frac{1}{\zeta}} + \beta x^{1+\frac{1}{\zeta}}} = -\frac{\zeta q^{\zeta-1} dq}{\alpha q^{\zeta-1} + \beta q^{\zeta+1}} = -\zeta \frac{dq}{\alpha + \beta q^2} \quad (11)$$

将两边相加,可得:

$$\begin{aligned} -\frac{\beta}{\zeta}(t - T_s) &= \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \arctan\left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} q(t)\right) \\ &\quad - \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \arctan\left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} q(0)\right) \quad (12) \end{aligned}$$

重新排列后,可得:

$$\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \arctan\left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} q(t)\right) = \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \arctan\left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} q(0)\right) + \frac{\beta}{\zeta} T_s - \frac{\beta}{\zeta} t \quad (13)$$

当  $t = \frac{\zeta}{\sqrt{\alpha\beta}} \arctan\left(\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} x^{\frac{1}{\zeta}}(0)\right) + T_s$ , 我们知道  $x(t) = 0$ 。因此,平衡点相对于  $T_s$  是有限时间稳定的。由于反正切函数  $\arctan(\cdot)$  的上界是  $\frac{\pi}{2}$ , 收敛时间满足  $t \leq \frac{\pi\zeta}{2\sqrt{\alpha\beta}} + T_s$ 。证毕

定义观测误差变量  $\boldsymbol{\varepsilon}_i = [\varepsilon_{1,i}, \varepsilon_{2,i}, \dots, \varepsilon_{m,i}]^T = \boldsymbol{\zeta}_i - \boldsymbol{x}_0 = [\zeta_{1,i} - x_{1,0}, \zeta_{2,i} - x_{2,0}, \dots, \zeta_{m,i} - x_{m,0}]^T$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{u,i} = [\varepsilon_{u1,i}, \varepsilon_{u2,i}]^T = \boldsymbol{\zeta}_{u,i} - \boldsymbol{u}_0 = [\zeta_{u1,i} - u_{1,0}, \zeta_{u2,i} - u_{2,0}]^T$ 。接下来,我们将通过以下定理证明:为每个跟随者设计的观测器能够在有限时间内准确估计领导者的状态和输入信息。

**定理 1** 对于由  $N$  个跟随者(1)和一个领导者(2)组成的链式 MASs 系统,若领导者输入与系统通信拓扑满足假设 1~假设 3,且存在正偶数  $\alpha$  和正奇数  $\beta$  (满足  $\alpha < \beta$ ),以及正常数  $\rho_0, \zeta_0, a_0, b_0$ ,使得:

$$\rho = \frac{\rho_0}{(2\lambda_{\min}(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{G}))^{1-\frac{\alpha}{2\beta}}} \quad (14)$$

$$\zeta = \frac{n^{\frac{\alpha}{2\beta}} \zeta_0}{(2\lambda_{\min}(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{G}))^{1+\frac{\alpha}{2\beta}}} \quad (15)$$

$$a = \frac{a_0}{(2\lambda_{\min}(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{G}))^{1-\frac{\alpha}{2\beta}}} \quad (16)$$

$$b = \frac{n^{\frac{\alpha}{2\beta}} b_0}{(2\lambda_{\min}(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{G}))^{1+\frac{\alpha}{2\beta}}} \quad (17)$$

这样,设计的安全分布式观测器(4)~(7)就能在 DoS 攻击存在的情况下准确给出领导者状态和输入信息的估计,且观测误差能在  $T^{\text{obv}} = T_1 + (m-1)T_2$  内收敛到零。

**证明** 首先需证明每个跟随者能在有限时间内准确估算领导者的信息输入。根据式(5)和式(7),当  $s=2$  时,对  $\varepsilon_{u2,i}$  求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{u2,i} &= -\dot{u}_{2,0} - a \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^\Delta (\varepsilon_{u2,i} - \varepsilon_{u2,j}) + b_i \varepsilon_{u2,i} \right)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - b \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^\Delta (\varepsilon_{u2,i} - \varepsilon_{u2,j}) + b_i \varepsilon_{u2,i} \right)^{1+\frac{\alpha}{\beta}} \quad (18) \\ &\quad - \theta_2 \text{sign} \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^\Delta (\varepsilon_{u2,i} - \varepsilon_{u2,j}) + b_i \varepsilon_{u2,i} \right) \end{aligned}$$

其中,  $\begin{cases} a_{ij}^\Delta = a_{ij}, t \in [t_{k-1}^e, t_k^s) \\ a_{ij}^\Delta = a_{ij}^{\psi(t)}, t \in [t_k^s, t_k^e) \end{cases}$ , 设  $\boldsymbol{U}_2 = [\varepsilon_{u2,1}, \varepsilon_{u2,2}, \dots, \varepsilon_{u2,n}]^T$ ,

则上述方程可改写为简洁的向量形式:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{U}}_2 &= -a(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{G})\boldsymbol{U}_2^{1-\frac{\alpha}{\beta}} - b(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{G})\boldsymbol{U}_2^{1+\frac{\alpha}{\beta}} \quad (19) \\ &\quad - \theta_2 \text{sign}(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{G})\boldsymbol{U}_2 - \dot{u}_{2,0} \mathbf{1}_n \end{aligned}$$

构造李雅普诺夫函数  $V_1 = \frac{1}{2} \boldsymbol{U}_2^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{U}_2$ , 其中  $\boldsymbol{M} = c\boldsymbol{I}$ ,  $c$  为可能通信拓扑结构  $(\boldsymbol{L}^{\psi(t)} + \boldsymbol{G})$  的最大特征值,即  $c = \max(\lambda_M(\boldsymbol{L}^{\psi(t)} + \boldsymbol{G}))$ 。此时有  $(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{G}) < \lambda_M(\boldsymbol{L} + \boldsymbol{G}) < c\boldsymbol{I}$ 。对  $V_1$  求导可得如下结果。

(1) 当没有发生攻击时,对于  $t \in [t_{k-1}^e, t_k^s)$ , 有:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{L}_F V_1 &= \boldsymbol{K} \left[ \boldsymbol{U}_2^T \boldsymbol{M} \left( -a(\boldsymbol{M}\boldsymbol{U}_2)^{1-\frac{\alpha}{\beta}} - b(\boldsymbol{M}\boldsymbol{U}_2)^{1+\frac{\alpha}{\beta}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \theta_2 \text{sign}(\boldsymbol{M}\boldsymbol{U}_2) - \dot{u}_{2,0} \mathbf{1}_n \right) \right] \\ &= \boldsymbol{K} \left[ -a(\boldsymbol{M}\boldsymbol{U}_2)^{2-\frac{\alpha}{\beta}} - b(\boldsymbol{M}\boldsymbol{U}_2)^{2+\frac{\alpha}{\beta}} \right. \\ &\quad \left. - \boldsymbol{U}_2^T \boldsymbol{M} (\theta_2 \text{sign}(\boldsymbol{M}\boldsymbol{U}_2) + \dot{u}_{2,0} \mathbf{1}_n) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\leq \mathbf{K} \left[ -a \left( (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right)^{2 - \frac{\alpha}{\beta}} - b \left( (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right)^{2 + \frac{\alpha}{\beta}} \right. \\ &\quad \left. - \mathbf{U}_2^T (\mathbf{L} + \mathbf{G}) (\theta_2 \text{sign}(\mathbf{M} \mathbf{U}_2) + \dot{u}_{2,0} \mathbf{1}_n) \right] \\ &= -a \left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_{2 - \frac{\alpha}{\beta}}^{2 - \frac{\alpha}{\beta}} - b \left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_{2 + \frac{\alpha}{\beta}}^{2 + \frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - \mathbf{U}_2^T (\mathbf{L} + \mathbf{G}) (\theta_2 \text{sign}(\mathbf{M} \mathbf{U}_2) + \dot{u}_{2,0} \mathbf{1}_n) \\ &\leq -a \left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_{2 - \frac{\alpha}{\beta}}^{2 - \frac{\alpha}{\beta}} - b \left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_{2 + \frac{\alpha}{\beta}}^{2 + \frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - (\theta_2 - d_2) \left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_1 \end{aligned} \tag{20}$$

根据引理 3, 可得  $\left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_{2 - \frac{\alpha}{\beta}} \geq \left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_2 \geq (2V_1 \lambda_{\min}(\mathbf{L} + \mathbf{G}))^{\frac{1}{2}}$ 。然后, 有  $\left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_{2 - \frac{\alpha}{\beta}}^{2 - \frac{\alpha}{\beta}} \geq (2V_1 \lambda_{\min}(\mathbf{L} + \mathbf{G}))^{1 - \frac{\alpha}{2\beta}}$ 。同样的, 对于  $n^{\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2 + \frac{\alpha}{\beta}}}$   $\left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_{2 + \frac{\alpha}{\beta}} \geq \left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_2$ , 有  $\left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_{2 + \frac{\alpha}{\beta}} \geq n^{-\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2 + \frac{\alpha}{\beta}}} \left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_2 \geq n^{-\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{2 + \frac{\alpha}{\beta}}} (2V_1 \lambda_{\min}(\mathbf{L} + \mathbf{G}))^{\frac{1}{2}}$ 。因此可以得到  $\left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \mathbf{U}_2 \right\|_{2 + \frac{\alpha}{\beta}}^{2 + \frac{\alpha}{\beta}} \geq n^{-\frac{\alpha}{2\beta}} (2V_1 \lambda_{\min}(\mathbf{L} + \mathbf{G}))^{1 + \frac{\alpha}{2\beta}}$ , 代入式(20)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq -a \left( 2V_1 \lambda_{\min}(\mathbf{L} + \mathbf{G}) \right)^{1 - \frac{\alpha}{2\beta}} - bn^{-\frac{\alpha}{2\beta}} \left( 2V_1 \lambda_{\min}(\mathbf{L} + \mathbf{G}) \right)^{1 + \frac{\alpha}{2\beta}} \\ &= -a_0 V_1^{1 - \frac{\alpha}{2\beta}} - b_0 V_1^{1 + \frac{\alpha}{2\beta}} \end{aligned} \tag{21}$$

(2) 当攻击发生时, 在时间区间  $t \in [t_k^s, t_k^e]$  内, 至少有一个智能体会受到攻击。这将导致拉普拉斯矩阵  $(\mathbf{L}^{\psi(t)} + \mathbf{G})$  的邻接权重  $\psi(t)a_{ij}$  出现超过两个零特征值, 所以  $\lambda_{\min}(\mathbf{L}^{\psi(t)} + \mathbf{G}) = 0$ 。因此, 与(1)类似, 可以证明  $\dot{V}_1 \leq 0$ 。

因此, 根据引理 5 和比较引理可知,  $V_1$  可在有限时间内收敛至零。对于  $i = 1, 2, \dots, N, \varepsilon_{u2,i} = 0$ 。收敛时间的上界为  $T_1 = T_1^{\text{obv}} + T_s$ , 其中  $T_1^{\text{obv}} = \frac{\pi\beta}{\alpha\sqrt{a_0 b_0}}$ 。根据类似步骤可以证明, 对于任意  $i = 1, 2, \dots, N, \varepsilon_{u1,i} = 0$  可以在  $T_1$  内实现。

接下来, 我们证明每个跟随者在 DoS 攻击下都能在有限时间内估算出领导者状态。通过  $\varepsilon_{m,i} = \varsigma_{m,i} - x_{m,0}$ , 可得  $\dot{\varepsilon}_{m,i} = \varsigma_{u2,i} - u_{2,0} - \rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\Delta} (\varsigma_{m,i} - \varsigma_{m,j}) + b_i \varepsilon_{m,i} \right)^{1 - \frac{\alpha}{\beta}}$

$- \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\Delta} (\varsigma_{m,i} - \varsigma_{m,j}) + b_i \varepsilon_{m,i} \right)^{1 + \frac{\alpha}{\beta}}$ , 其中  $\begin{cases} a_{ij}^{\Delta} = a_{ij}, & t \in [t_{k-1}^e, t_k^s) \\ a_{ij}^{\Delta} = a_{ij}^{\psi(t)}, & t \in [t_k^s, t_k^e) \end{cases}$ , 根据上述步骤, 当  $t > T_1$  时, 可得  $\varsigma_{u2,i} - u_{2,0} = 0$ 。令  $\boldsymbol{\Theta}_m = [\varepsilon_{m,1}, \varepsilon_{m,2}, \dots, \varepsilon_{m,n}]^T$ , 则误差向量  $\varepsilon_{m,i}$  可写作紧凑向量形式:  $\dot{\boldsymbol{\Theta}}_m = -\rho \left( (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \boldsymbol{\Theta}_m \right)^{1 - \frac{\alpha}{\beta}} - \zeta \left( (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \boldsymbol{\Theta}_m \right)^{1 + \frac{\alpha}{\beta}}$ , 构建李雅普诺夫函数  $V_2 = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Theta}_m^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Theta}_m$ , 对其求导可得。

(1) 未发生攻击时, 对于  $t \in [t_{k-1}^e, t_k^s)$  时段, 有:

$$\begin{aligned} L_F V_2 &= \mathbf{K} \left[ \boldsymbol{\Theta}_m^T \mathbf{M} \left( -\rho \left( \mathbf{M} \boldsymbol{\Theta}_m \right)^{1 - \frac{\alpha}{\beta}} - \zeta \left( \mathbf{M} \boldsymbol{\Theta}_m \right)^{1 + \frac{\alpha}{\beta}} \right) \right] \\ &\leq \mathbf{K} \left[ -\rho \left( (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \boldsymbol{\Theta}_m \right)^{2 - \frac{\alpha}{\beta}} - \zeta \left( (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \boldsymbol{\Theta}_m \right)^{2 + \frac{\alpha}{\beta}} \right] \\ &\leq -\rho \left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \boldsymbol{\Theta}_m \right\|_{2 - \frac{\alpha}{\beta}}^{2 - \frac{\alpha}{\beta}} - \zeta \left\| (\mathbf{L} + \mathbf{G}) \boldsymbol{\Theta}_m \right\|_{2 + \frac{\alpha}{\beta}}^{2 + \frac{\alpha}{\beta}} \\ &\leq -\rho \left( 2V_2 \lambda_{\min}(\mathbf{L} + \mathbf{G}) \right)^{1 - \frac{\alpha}{2\beta}} - \zeta n^{-\frac{\alpha}{2\beta}} \left( 2V_2 \lambda_{\min}(\mathbf{L} + \mathbf{G}) \right)^{1 + \frac{\alpha}{2\beta}} \\ &= -\rho_0 V_2^{1 - \frac{\alpha}{2\beta}} - \zeta_0 V_2^{1 + \frac{\alpha}{2\beta}} \end{aligned} \tag{22}$$

(2) 当攻击发生时, 在时间区间  $t \in [t_k^s, t_k^e)$  内存在 DoS 攻击, 通信拓扑图遭到破坏, 这将导致  $\lambda_{\min}(\mathbf{L}^{\psi(t)} + \mathbf{G}) = 0$ 。采用与前一种情况相同的方法, 可得  $\dot{V}_2 \leq 0$ 。因此, 根据引理 5,  $V_2 = 0$  在有限时间内稳定, 即  $\varepsilon_{m,i} = 0$ 。收敛时间的上界为  $T_2 = T_2^{\text{obv}} + T_s$ , 其中  $T_2^{\text{obv}} = \frac{\pi\beta}{\alpha\sqrt{\rho_0 \zeta_0}}$ 。

在无 DoS 攻击与遭受 DoS 攻击两种情况下, 每个智能体的第  $(m-1)$  个状态的动力学方程如下:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{m-1,i} &= -\rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\Delta} (\varepsilon_{m-1,i} - \varepsilon_{m-1,j}) + b_i \varepsilon_{m-1,i} \right)^{1 - \frac{\alpha}{\beta}} \\ &\quad - \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\Delta} (\varepsilon_{m-1,i} - \varepsilon_{m-1,j}) + b_i \varepsilon_{m-1,i} \right)^{1 + \frac{\alpha}{\beta}} \tag{23} \\ &\quad + \varsigma_{m,i} \varsigma_{u1,i} - x_{m,0} u_{1,0} \end{aligned}$$

其中,  $\begin{cases} a_{ij}^{\Delta} = a_{ij}, & t \in [t_{k-1}^e, t_k^s) \\ a_{ij}^{\Delta} = a_{ij}^{\psi(t)}, & t \in [t_k^s, t_k^e) \end{cases}$ 。当  $t \geq T_1 + T_2$  时, 可得

$\varsigma_{m,i} \varsigma_{u1,i} - x_{m,0} u_{1,0} = 0$ 。令  $\boldsymbol{\Theta}_{m-1} = [\varepsilon_{m-1,1}, \varepsilon_{m-1,2}, \dots, \varepsilon_{m-1,n}]^T$ , 并构建新的李雅普诺夫函数  $V_{m-1} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Theta}_{m-1}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Theta}_{m-1}$ 。通过类似推导过程可证明  $\varepsilon_{m-1,i} = 0$ , 在有限时间内成立。利用递归结构可证得  $\varepsilon_i$  能在  $T^{\text{obv}} = T_1 + (m-1)T_2$  时间内收敛至零, 且  $\varepsilon_{1,i}$  在  $T_1 + T_2$  时间内收敛至零。因此,

所有跟随者均能在有限时间内完成领导者信息的估计。证毕

**备注 1** 与现有研究[5-6]相比,本文所设计观测器考虑高阶链式动力学在信息传递上具有顺序性和方向性,以及更为复杂的耦合关系,并充分利用其特点使其能够在有限时间内更精确地估计系统状态,尤其是在 DoS 攻击导致通信链路频繁中断的情况下,凭借对链式结构和非完整约束的双重适应性,依然能够稳定地为各智能体提供准确的状态信息。

**备注 2** 值得注意的是,由  $T^{\text{obv}} = T_1 + T_2 = T_1^{\text{obv}} + (m-1)T_2^{\text{obv}} + mT_s$  可知观测器的收敛时间  $T^{\text{obv}}$  与总的攻击持续时间  $T_s$  有关,DoS 攻击的持续时间越长,收敛速度越慢。若要实现在一个预定的时间内收敛,则攻击的总持续时间上界需要满足  $T_s \leq$

$$\frac{T^{\text{obv}} - T_1^{\text{obv}} - (m-1)T_2^{\text{obv}}}{m}$$

### 2.2 安全控制策略设计

在上一节的基础上,通过建立安全分布式观测器的非线性协议,将串联多智能体系统的共识跟踪控制问题转化为单链系统的跟踪控制问题。遭受 DoS 攻击的多智能体系统结构如图 3 所示,从左至右依次为智能体动力学模型、攻击检测与分布式观测器、有限时间收敛机制,以及多智能体系统的控制目标与稳定性分析。其中,智能体动力学模型通过高阶链式动力学描述智能体的运动规律,为后续控制策略设计提供基础;同时展示了 DoS 攻击下多智能体系统通信网络的运行特性,包括攻击策略、通信拓扑结构变化以及领导者智能体输入满足物理约束等要素。

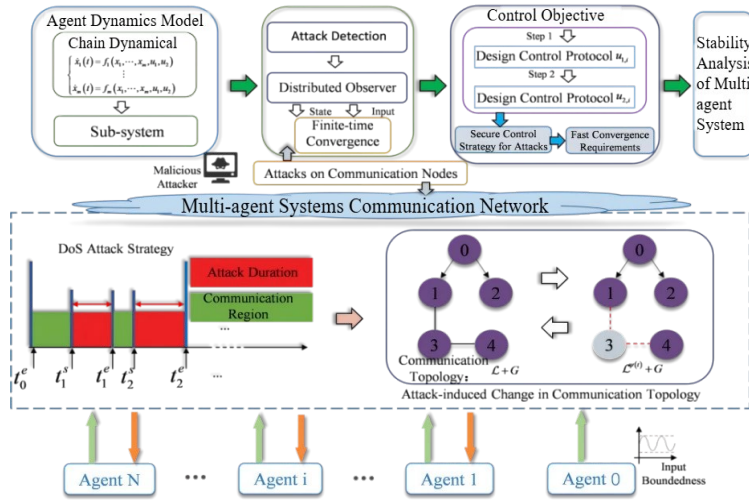


图 3 DoS 攻击下的多智能体系统结构

Figure 3 Architecture of multi-agent systems under DoS attacks

在反步法设计过程中,为严格保证李雅普诺夫函数导数在状态空间各处有定义且连续,我们在理论分析中采用如下正则化处理:在实际推导中,将  $|x|^q \cdot \text{sign}(x)$  视为  $(x^2 + \mu)^{\frac{q}{2}} \cdot \text{sign}(x)$  的极限情况,其中  $\mu$  为任

意小的正数。该正则化函数在整个实数域上一阶连续可导。后文分析均基于此正则化形式,而  $\mu \rightarrow 0^+$  的极限保证了与原有限时间控制器在性能上的等价性。

定义跟踪误差  $\delta_{k,i} = x_{k,i} - \zeta_{k,i}$ ,通过联立式(2)、式(4)与式(6)并求导,可得:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_{1,i} = u_{1,i} - \zeta_{u1,i} + \rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\Delta} (\varepsilon_{1,i} - \varepsilon_{1,j}) + b_i \varepsilon_{1,i} \right)^{1 - \frac{\alpha}{\beta}} + \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\Delta} (\varepsilon_{1,i} - \varepsilon_{1,j}) + b_i \varepsilon_{1,i} \right)^{1 + \frac{\alpha}{\beta}} \\ \dot{\delta}_{k,i} = u_{1,i} x_{k+1} - \zeta_{u1,i} \zeta_{k+1,i} + \rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\Delta} (\varepsilon_{k,i} - \varepsilon_{k,j}) + b_i \varepsilon_{k,i} \right)^{1 - \frac{\alpha}{\beta}} + \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\Delta} (\varepsilon_{k,i} - \varepsilon_{k,j}) + b_i \varepsilon_{k,i} \right)^{1 + \frac{\alpha}{\beta}}, k=2,3,\dots,m-1 \\ \dot{\delta}_{m,i} = u_{2,i} - \zeta_{u2,i} + \rho \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\Delta} (\varepsilon_{m,i} - \varepsilon_{m,j}) + b_i \varepsilon_{m,i} \right)^{1 - \frac{\alpha}{\beta}} + \zeta \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}^{\Delta} (\varepsilon_{m,i} - \varepsilon_{m,j}) + b_i \varepsilon_{m,i} \right)^{1 + \frac{\alpha}{\beta}} \end{cases} \quad (24)$$

其中,  $\begin{cases} a_{ij}^{\Delta} = a_{ij}, t \in [t_{k-1}^e, t_k^s) \\ a_{ij}^{\Delta} = a_{ij}^{v(t)}, t \in [t_k^s, t_k^e) \end{cases}$ 。根据定理 1,当  $t \geq T^{\text{obv}}$

时,对于  $k=1,2,\dots,m$ ,有  $\varepsilon_{k,i}=0$ 。因此当  $t \geq T^{\text{obv}}$  时,式(24)可以被重写为

$$\dot{\delta}_{1,i} = u_{1,i} - \zeta_{u1,i} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \dot{\delta}_{k,i} = u_{1,i}x_{k+1} - \varsigma_{u1,i}\varsigma_{k+1,i}, & k=2,3,\dots,m-1 \\ \dot{\delta}_{m,i} = u_{2,i} - \varsigma_{u2,i} \end{cases} \quad (26)$$

为实现控制目标,接下来我们分别设计控制协议  $u_{1,i}$  用于稳定一阶子系统(25)中的  $\delta_{1,i}$ ,以及控制协议  $u_{2,i}$  用于稳定高阶子系统(26)中的  $\delta_{2,i}, \delta_{3,i}, \dots, \delta_{m,i}$ 。由此,各跟随者能在有限时间内及 DoS 攻击条件下,以较快速度跟踪并估计领导者状态。

对于一阶子系统(25),设计如下控制协议  $u_{1,i}$ :

$$u_{1,i} = \varsigma_{u1,i} - 2^{-1+\frac{\alpha}{2\beta}} \rho_0 \delta_{1,i}^{1-\frac{\alpha}{\beta}} - 2^{-1-\frac{\alpha}{2\beta}} \zeta_0 \delta_{1,i}^{1+\frac{\alpha}{\beta}} \quad (27)$$

根据引理 4 可知,  $\delta_{1,i} = 0$  具有快速收敛特性,并能在  $T^{\text{obv}} + T_2$  时间内达到稳定。当  $t \geq T^{\text{obv}} + T_2$  时,可得  $u_{1,i} = \varsigma_{u1,i}$ 。因此,式(26)的最后  $m-1$  个方程可以改写为

$$\begin{cases} \dot{\delta}_{2,i} = \varsigma_{u1,i} \delta_{3,i} \\ \dot{\delta}_{3,i} = \varsigma_{u1,i} \delta_{4,i} \\ \dot{\delta}_{k,i} = \varsigma_{u1,i} \delta_{k+1,i}, & k=4,5,\dots,m-1 \\ \dot{\delta}_{m,i} = u_{2,i} - \varsigma_{u2,i} \end{cases} \quad (28)$$

接下来,设计控制协议  $u_{2,i}$  使系统(28)在有限时间内收敛并加速其收敛过程。为此,采用具有  $m-1$  步的反步控制方法,在每一步中设计虚拟控制协议  $\delta_{k,i}^*, k=3,4,\dots,m-1$ ,最终构建如下控制协议  $u_{2,i}$ :

$$u_{2,i} = \varsigma_{u2,i} - \left| \varsigma_{u1,i} \left| \eta_{m-1,i}^{\chi_m} \left( \sigma \eta_{m-1,i}^{\gamma} + r_{m-2} + \phi_{m-2,i}(\delta_{2,i}, \delta_{3,i}, \dots, \delta_{m-1,i}) + 1 \right) \right| \right| \quad (29)$$

其中,  $\chi_p = 1 + (p-1)\varpi$ ,  $p=2,3,\dots,m$  且满足  $0 < \chi_p < 1$ ,  $\varpi = -\mu/\nu$ , 这里  $\mu$  和  $\nu$  分别为正偶数和正奇数,因此  $-1/(m-1) < \varpi < 0$ 。参数  $\sigma > 0, \gamma = 2 - 2\chi_2, \eta_{m-1,i}$  为待设计的虚拟控制协议,  $r_{m-2}$  为足够大的正常数,  $\phi_{m-2,i}$  为  $C^1$  函数。接下来,基于前文对观测误差及相关变量的分析,我们提出以下定理以说明 DoS 攻击下链式多智能体系统控制协议的设计过程及有限时间稳定性分析。

**定理 2** 对于由  $N$  个跟随者(1)和一个领导者(2)组成的链式 MASs,若领导者输入和系统通信拓扑满足假设 1~假设 3,通过应用设计的控制方案(27)和(29)通过设计用于应对拒绝服务攻击的安全分布式观测器(4)~(7),可实现具有快速收敛速度的安全有限时间共识跟踪。收敛时间的上界为  $T \leq T^{\text{obv}} + T_3$ , 其中  $T_3 =$

$$\frac{2\pi}{d_3 \sigma^2 (1 - \chi_2)(m-1)^{\frac{\chi_2-1}{4}}}$$

**证明** 首先,针对系统(28)的第一个方程,构建李雅普诺夫函数  $W_{2,i} = \frac{1}{2} \delta_{2,i}^2$ 。对其求导可得  $\dot{W}_{2,i} = \varsigma_{u1,i} \delta_{2,i} \delta_{3,i} = \varsigma_{u1,i} \delta_{2,i} \delta_{3,i}^* + \varsigma_{u1,i} \delta_{2,i} (\delta_{3,i} - \delta_{3,i}^*)$ 。为使  $\delta_{2,i}$  实现

具有快速收敛特性的有限时间稳定,选取如下虚拟控制协议:

$$\begin{aligned} \delta_{3,i}^* &= -\text{sign}(\varsigma_{u1,i}) \delta_{2,i}^{\chi_2} (m-1 + \sigma \delta_{2,i}^{\gamma}) \\ &\stackrel{\Delta}{=} -\text{sign}(\varsigma_{u1,i}) \eta_{1,i}^{\chi_2} \phi_{1,i}(\delta_{2,i}) \end{aligned} \quad (30)$$

其中,  $\eta_{1,i} = \delta_{2,i}, \phi_{1,i} > 0$  为  $C^1$  函数,在实际分析中  $\delta_{2,i}^{\chi_2}$  和  $\delta_{2,i}^{\gamma}$  采用正则化形式,保证函数在原点的可导性,由此可得  $\dot{W}_{2,i} = -(m-1) |\varsigma_{u1,i}| \eta_{1,i}^{\chi_2+1} - \sigma |\varsigma_{u1,i}| \eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \varsigma_{u1,i} \eta_{1,i} (\delta_{3,i} - \delta_{3,i}^*)$ 。

为进行反步控制,通过令  $\eta_{2,i} = \delta_{3,i}^{1/\chi_2} - \delta_{3,i}^{*1/\chi_2}$  进行变量变换。因此,考虑式(28)的第二个方程,构建复合李雅普诺夫函数  $W_{3,i} = W_{2,i} + \int_{\delta_{3,i}^*}^{\delta_{3,i}} (h^{1/\chi_2} - \delta_{3,i}^{*1/\chi_2})^{2-\chi_2} dh$ , 其时间导数如下:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{3,i} &= -(m-1) |\varsigma_{u1,i}| \eta_{1,i}^{\chi_2+1} - \sigma |\varsigma_{u1,i}| \eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} \\ &\quad + \varsigma_{u1,i} \eta_{1,i} (\delta_{3,i} - \delta_{3,i}^*) + \eta_{2,i}^{2-\chi_2} \varsigma_{u1,i} \delta_{4,i} \\ &\quad - (2-\chi_2) \frac{d(\delta_{3,i}^*)^{\frac{1}{\chi_2}}}{dt} \int_{\delta_{3,i}^*}^{\delta_{3,i}} \left( h^{\chi_2} - (\delta_{3,i}^*)^{\frac{1}{\chi_2}} \right)^{1-\chi_2} dh \end{aligned} \quad (31)$$

对于上式的第三项,有:

$$\varsigma_{u1,i} \eta_{1,i} (\delta_{3,i} - \delta_{3,i}^*) \leq |\varsigma_{u1,i}| \left| \eta_{1,i} \left| \left( \frac{1}{\delta_{3,i}^{\chi_2}} \right)^{\chi_2} - \left( \frac{1}{\delta_{3,i}^{*\chi_2}} \right)^{\chi_2} \right| \right| \quad (32)$$

由引理 1 可得:

$$\left| \left( \frac{1}{\delta_{3,i}^{\chi_2}} \right)^{\chi_2} - \left( \frac{1}{\delta_{3,i}^{*\chi_2}} \right)^{\chi_2} \right| \leq 2^{1-\chi_2} |\eta_{2,i}|^{\chi_2} \quad (33)$$

对式(33)进一步使用引理 2 可得:

$$2^{1-\chi_2} |\eta_{1,i}| |\eta_{2,i}|^{\chi_2} \leq \frac{1}{2} \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + r_1 \eta_{2,i}^{\chi_2+1} \quad (34)$$

其中,  $r_1 > 0$  为常数。结合式(32)和(34)整理可得:

$$\varsigma_{u1,i} \eta_{1,i} (\delta_{3,i} - \delta_{3,i}^*) \leq |\varsigma_{u1,i}| \left( \frac{1}{2} \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + r_1 \eta_{2,i}^{\chi_2+1} \right) \quad (35)$$

由前面定义可知,  $\eta_{1,i} = \delta_{2,i}$  和  $\delta_{2,i} = \varsigma_{u1,i} \delta_{3,i}$ 。进而由  $\delta_{3,i}^*$ , 可得:

$$\left| \frac{d(\delta_{3,i}^*)^{\frac{1}{\chi_2}}}{dt} \right| \leq |\varsigma_{u1,i} \delta_{3,i}| \left[ \phi_{1,i}^{\chi_2}(\delta_{2,i}) + |\delta_{2,i}| \left| \frac{d\phi_{1,i}^{\frac{1}{\chi_2}}(\delta_{2,i})}{d\delta_{2,i}} \right| \right] \quad (36)$$

考虑到  $\eta_{2,i} = \delta_{3,i}^{1/\chi_2} - \delta_{3,i}^{*1/\chi_2}$ , 进行变量变换可得  $\delta_{3,i} = \left( \eta_{2,i} + \delta_{3,i}^{*1/\chi_2} \right)^{\chi_2}$ 。从而有:

$$\begin{aligned}
 |\delta_{3,i}| &\leq \left( |\eta_{2,i}| + |\delta_{3,i}^*|^{\frac{1}{\chi_2}} \right)^{\chi_2} \leq |\eta_{2,i}|^{\chi_2} + |\delta_{3,i}^*| \\
 &= |\eta_{2,i}|^{\chi_2} + |\eta_{1,i}|^{\chi_2} \phi_{1,i}(\delta_{2,i})
 \end{aligned} \tag{37}$$

整理式(36)和(37)可得:

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{d(\delta_{3,i}^*)^{\frac{1}{\chi_2}}}{dt} \right| &\leq |\varsigma_{u1,i}| \left( |\eta_{2,i}|^{\chi_2} + |\eta_{1,i}|^{\chi_2} \phi_{1,i}(\delta_{2,i}) \right) \\
 &\quad \times \left( \phi_{1,i}^{\chi_2}(\delta_{2,i}) + |\delta_{2,i}| \left| \frac{d\phi_{1,i}^{\chi_2}(\delta_{2,i})}{d\delta_{2,i}} \right| \right) \\
 &\leq |\varsigma_{u1,i}| \left( |\eta_{1,i}|^{\chi_2} + |\eta_{2,i}|^{\chi_2} \right) \tilde{\phi}_{1,i}(\delta_{2,i})
 \end{aligned} \tag{38}$$

其中,  $\tilde{\phi}_{1,i}(\delta_{2,i})$  为  $C^1$  函数, 将式(38)代入式(31)的最后一项, 可得:

$$\begin{aligned}
 &\left| (2-\chi_2) \frac{d(\delta_{3,i}^*)^{\frac{1}{\chi_2}}}{dt} \int_{\delta_{3,i}^*}^{\delta_{3,i}} \left( h^{\frac{1}{\chi_2}} - (\delta_{3,i}^*)^{\frac{1}{\chi_2}} \right)^{1-\chi_2} dh \right| \\
 &\leq (2-\chi_2) |\varsigma_{u1,i}| \left( |\eta_{1,i}|^{\chi_2} + |\eta_{2,i}|^{\chi_2} \right) \tilde{\phi}_{1,i}(\delta_{2,i}) \\
 &\quad \times |\delta_{3,i} - \delta_{3,i}^*| |\eta_{2,i}|^{1-\chi_2} \\
 &\leq 2^{1-\chi_2} (2-\chi_2) |\varsigma_{u1,i}| |\eta_{2,i}| \left( |\eta_{1,i}|^{\chi_2} + |\eta_{2,i}|^{\chi_2} \right) \tilde{\phi}_{1,i}(\delta_{2,i}) \\
 &\leq |\varsigma_{u1,i}| \left( \frac{1}{2} \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+1} \hat{\phi}_{1,i}(\delta_{2,i}) \right)
 \end{aligned} \tag{39}$$

其中, 第二个不等式的放缩过程中用到引理 1,  $\hat{\phi}_{1,i}$  为  $C^1$  函数, 将式(35)和(39)代入到式(31)可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{3,i} &\leq -(m-2) |\varsigma_{u1,i}| \eta_{1,i}^{\chi_2+1} - \sigma |\varsigma_{u1,i}| \eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} \\
 &\quad + \eta_{2,i}^{2-\chi_2} \varsigma_{u1,i} (\delta_{4,i} - \delta_{4,i}^*) + \eta_{2,i}^{2-\chi_2} \varsigma_{u1,i} \delta_{4,i}^* \\
 &\quad + |\varsigma_{u1,i}| \eta_{1,i}^{\chi_2+1} (r_1 + \hat{\phi}_{1,i}(\delta_{2,i}))
 \end{aligned} \tag{40}$$

令虚拟控制协议  $\delta_{4,i}^*$  为

$$\begin{aligned}
 \delta_{4,i}^* &= -\text{sign}(\varsigma_{u1,i}) \eta_{2,i}^{\chi_2} (m-2 + \sigma \eta_{2,i}^{2-\chi_2} + r_1 + \hat{\phi}_{1,i}(\delta_{2,i})) \\
 &\quad \overset{\Delta}{=} -\text{sign}(\varsigma_{u1,i}) \eta_{2,i}^{\chi_2} \phi_{2,i}(\delta_{2,i}, \delta_{3,i})
 \end{aligned} \tag{41}$$

将虚拟控制协议  $\delta_{4,i}^*$  代入式(40), 可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{3,i} &\leq -(m-2) |\varsigma_{u1,i}| (\eta_{1,i}^{\chi_2+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+1}) \\
 &\quad - \sigma |\varsigma_{u1,i}| (\eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+\gamma+1}) + \eta_{2,i}^{2-\chi_2} \varsigma_{u1,i} (\delta_{4,i} - \delta_{4,i}^*)
 \end{aligned} \tag{42}$$

前面反步控制的设计过程中, 在第一步和第二步我们分别构建了李雅普诺夫函数  $W_{2,i} = \frac{1}{2} \delta_{2,i}^2$  和  $W_{3,i} =$

$W_{2,i} + \int_{\delta_{3,i}^*}^{\delta_{3,i}} \left( h^{\frac{1}{\chi_2}} - \delta_{3,i}^* \right)^{2-\chi_2} dh$ , 则在第  $k-1$  步, 递归过程

持续进行, 令  $\eta_{k,i} = \delta_{k+1,i}^{\chi_k} - \delta_{k+1,i}^*$ , 考虑李雅普诺夫函数

$$\begin{aligned}
 W_{k,i} &= W_{2,i} + \int_{\delta_{3,i}^*}^{\delta_{3,i}} \left( h^{\frac{1}{\chi_2}} - \delta_{3,i}^* \right)^{2-\chi_2} dh + W_{3,i} + \int_{\delta_{4,i}^*}^{\delta_{4,i}} \left( h^{\frac{1}{\chi_3}} - \delta_{4,i}^* \right)^{2-\chi_3} dh \\
 &\quad + \dots + \int_{\delta_{k,i}^*}^{\delta_{k,i}} \left( h^{\frac{1}{\chi_{k-1}}} - \delta_{k,i}^* \right)^{2-\chi_{k-1}} dh, \text{ 对时间导数如下:}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{k,i} &\leq -(m-k+1) |\varsigma_{u1,i}| \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+1} + \dots + \eta_{k-1,i}^{\chi_2+1} \right) \\
 &\quad - \sigma |\varsigma_{u1,i}| \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \dots + \eta_{k-1,i}^{\chi_2+\gamma+1} \right) \\
 &\quad + \eta_{k-1,i}^{2-\chi_{k-1}} \varsigma_{u1,i} (\delta_{k+1,i} - \delta_{k+1,i}^*)
 \end{aligned} \tag{43}$$

接下来需要证明式(43)在第  $k$  步也成立, 考虑李

雅普诺夫函数  $W_{k+1,i} = W_{k,i} + \int_{\delta_{k+1,i}^*}^{\delta_{k+1,i}} \left( h^{\frac{1}{\chi_k}} - \delta_{k+1,i}^* \right)^{2-\chi_k} dh$ ,

结合式(28)和(43)对其求导可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{W}_{k+1,i} &\leq -(m-k+1) |\varsigma_{u1,i}| \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+1} + \dots + \eta_{k-1,i}^{\chi_2+1} \right) \\
 &\quad - \sigma |\varsigma_{u1,i}| \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \dots + \eta_{k-1,i}^{\chi_2+\gamma+1} \right) \\
 &\quad + \eta_{k-1,i}^{2-\chi_{k-1}} \varsigma_{u1,i} (\delta_{k+1,i} - \delta_{k+1,i}^*) + \eta_{k,i}^{2-\chi_2} \varsigma_{u1,i} \delta_{k+2,i} \\
 &\quad - (2-\chi_2) \frac{d(\delta_{k+1,i}^*)^{\frac{1}{\chi_k}}}{dt} \int_{\delta_{k+1,i}^*}^{\delta_{k+1,i}} \left( h^{\frac{1}{\chi_k}} - \delta_{k+1,i}^* \right)^{1-\chi_k} dh
 \end{aligned} \tag{44}$$

考虑式(38)得到:

$$\begin{aligned}
 \left| \frac{\partial \delta_{3,i}^*}{\partial \delta_{2,i}} \right| &\leq \phi_{1,i}^{\chi_2}(\delta_{2,i}) + |\delta_{2,i}| \left| \frac{d\phi_{1,i}^{\chi_2}(\delta_{2,i})}{d\delta_{2,i}} \right| \leq \phi_{1,i}^{\chi_2}(\delta_{2,i}) \\
 &\quad + (1 + \delta_{2,i}^2) \left( 1 + \left( \frac{d\phi_{1,i}^{\chi_2}(\delta_{2,i})}{d\delta_{2,i}} \right)^2 \right) \leq H_{1,i}(\delta_{2,i})
 \end{aligned} \tag{45}$$

其中,  $H_{1,i}$  是  $C^1$  函数, 由文献[23]相似的证明过程可知, 对于  $v=2, 3, \dots, k$ , 有:

$$\left| \frac{\partial \delta_{k+1,i}^*}{\partial \delta_{v,i}} \right| \leq |\eta_{1,i}|^{1-\chi_{v-1}} + |\eta_{2,i}|^{1-\chi_{v-1}} + \dots + |\eta_{k-1,i}|^{1-\chi_{v-1}} H_{k-1,i} \tag{46}$$

其中,  $H_{k-1,i}$  为  $C^1$  函数。对于  $v=2, 3, \dots, k$ , 由(37)类似的证明过程可知  $|\delta_{v+1,i}| \leq |\eta_{v,i}|^{\chi_v} + |\eta_{v-1,i}|^{\chi_v} \phi_{v-1,i}(\delta_{2,i}, \dots, \delta_{v,i}) \leq (|\eta_{1,i}|^{\chi_v} + |\eta_{2,i}|^{\chi_v} + \dots + |\eta_{v,i}|^{\chi_v}) \bar{\phi}_{v-1,i}$ , 其中  $\bar{\phi}_{v-1,i}(\delta_{2,i}, \delta_{3,i}, \dots, \delta_{v,i}) > 0$  是  $C^1$  函数, 同时结合式(28)可得:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial \delta_{k+1,i}^{*1}}{\partial \delta_{v,i}} \dot{\delta}_{v,i} \right| &\leq \left| \varsigma_{u1,i} \left( \left| \eta_{1,i} \right|^{1-\chi_{v-1}} + \left| \eta_{2,i} \right|^{1-\chi_{v-1}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \dots + \left| \eta_{k-1,i} \right|^{1-\chi_{v-1}} \right) H_{k-1,i} \left( \left| \eta_{1,i} \right|^{\chi_v} + \left| \eta_{2,i} \right|^{\chi_v} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \dots + \left| \eta_{k,i} \right|^{\chi_v} \right) \bar{\phi}_{v-1,i} \right| \\ &\leq \left| \varsigma_{u1,i} \left( \left| \eta_{1,i} \right|^{\chi_2} + \left| \eta_{2,i} \right|^{\chi_2} + \dots + \left| \eta_{k,i} \right|^{\chi_2} \right) \dot{\phi}_{v-1,i} \right| \end{aligned} \quad (47)$$

其中,  $\tilde{\phi}_{v-1,i}(\delta_{2,i}, \delta_{3,i}, \dots, \delta_{v,i}) > 0$  为  $C^1$  函数, 对式(47)进一步整理可得:

$$\begin{aligned} \left| \frac{d\delta_{k+1,i}^{*1}}{dt} \right| &= \sum_{v=2}^k \left| \frac{\partial \delta_{k+1,i}^{*1}}{\partial \delta_{v,i}} \dot{\delta}_{v,i} \right| \\ &\leq \left| \varsigma_{u1,i} \left( \left| \eta_{1,i} \right|^{\chi_2} + \left| \eta_{2,i} \right|^{\chi_2} + \dots + \left| \eta_{k,i} \right|^{\chi_2} \right) \sum_{v=2}^k \dot{\phi}_{v-1,i} \right| \\ &\leq \left| \varsigma_{u1,i} \left( \left| \eta_{1,i} \right|^{\chi_2} + \left| \eta_{2,i} \right|^{\chi_2} + \dots + \left| \eta_{k,i} \right|^{\chi_2} \right) \tilde{\phi}_{k-1,i} \right| \end{aligned} \quad (48)$$

将式(48)代入式(44)的最后一项可得:

$$\begin{aligned} &\left| (2-\chi_2) \frac{d\delta_{k+1,i}^{*1}}{dt} \int_{\delta_{k+1,i}^*}^{\delta_{k+1,i}} \left( h^{\chi_k} - \delta_{k+1,i}^{*1} \right)^{1-\chi_k} dh \right| \\ &\leq (2-\chi_2) \left| \varsigma_{u1,i} \left( \left| \eta_{1,i} \right|^{\chi_2} + \left| \eta_{2,i} \right|^{\chi_2} + \dots + \left| \eta_{k,i} \right|^{\chi_2} \right) \right. \\ &\quad \left. \times \tilde{\phi}_{k-1,i} \left| \delta_{k+1,i} - \delta_{k+1,i}^* \right| \left| \eta_{k,i} \right|^{1-\chi_k} \right| \\ &\leq 2^{1-\chi_k} (2-\chi_k) \left| \varsigma_{u1,i} \left( \left| \eta_{1,i} \right|^{\chi_2} + \left| \eta_{2,i} \right|^{\chi_2} + \dots + \left| \eta_{k,i} \right|^{\chi_2} \right) \tilde{\phi}_{k-1,i} \right| \\ &\leq \left| \varsigma_{u1,i} \left( \frac{1}{2} \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+1} + \dots + \eta_{k-1,i}^{\chi_2+1} \right) + \eta_{k,i}^{\chi_2+1} \hat{\phi}_{k-1,i} \right) \right| \end{aligned} \quad (49)$$

考虑与式(35)使用引理1和2相似的放缩过程, 有:

$$\begin{aligned} &\eta_{k-1,i}^{2-\chi_{k-1}} \varsigma_{u1,i} \left( \delta_{k+1,i} - \delta_{k+1,i}^* \right) \\ &\leq \left| \varsigma_{u1,i} \left| \eta_{k-1,i} \right|^{2-\chi_{k-1}} \left| \left( \frac{1}{\delta_{k+1,i}^{\chi_k}} \right)^{\chi_k} - \left( \frac{1}{\delta_{k+1,i}^{\chi_k}} \right)^{\chi_k} \right| \right| \\ &\leq 2^{1-\chi_2} \left| \varsigma_{u1,i} \left| \eta_{k-1,i} \right|^{2-\chi_{k-1}} \left| \eta_{k,i} \right|^{\chi_k} \right| \\ &\leq \left| \varsigma_{u1,i} \left( \frac{1}{2} \eta_{k-1,i}^{\chi_2+1} + r_{k-1} \eta_{k,i}^{\chi_2+1} \right) \right| \end{aligned} \quad (50)$$

代入式(49)和(50), 就可以得到式(44)的进一步放缩:

$$\begin{aligned} \eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \dots + \eta_{m-1,i}^{\chi_2+\gamma+1} &= \left( \eta_{1,i}^2 \right)^{\frac{\chi_2+\gamma+1}{2}} + \left( \eta_{2,i}^2 \right)^{\frac{\chi_2+\gamma+1}{2}} + \dots + \left( \eta_{m-1,i}^2 \right)^{\frac{\chi_2+\gamma+1}{2}} \\ &\geq (m-1) \frac{1-\chi_2-\gamma}{2} \left( \eta_{1,i}^2 + \eta_{2,i}^2 + \dots + \eta_{m-1,i}^2 \right)^{\frac{\chi_2+\gamma+1}{2}} \\ &\geq 2 \frac{\chi_2+\gamma+1}{2} (m-1) \frac{1-\chi_2-\gamma}{2} W_{m,i}^{\frac{\chi_2+\gamma+1}{2}} \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \dot{W}_{k+1,i} &\leq -(m-k) \left| \varsigma_{u1,i} \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+1} + \dots + \eta_{k-1,i}^{\chi_2+1} \right) \right. \\ &\quad \left. - \sigma \left| \varsigma_{u1,i} \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \dots + \eta_{k-1,i}^{\chi_2+\gamma+1} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \eta_{k-1,i}^{2-\chi_k} \varsigma_{u1,i} \left( \delta_{k+2,i} - \delta_{k+2,i}^* \right) + \eta_{k,i}^{2-\chi_k} \varsigma_{u1,i} \delta_{k+2,i}^* \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left| \varsigma_{u1,i} \eta_{k,i}^{\chi_2+1} \left( r_{k-1} + \hat{\phi}_{k-1,i} \left( \delta_{2,i}, \dots, \delta_{k,i} \right) \right) \right| \right) \right| \end{aligned} \quad (51)$$

选择如下虚拟控制协议  $\delta_{k+2,i}^*$ :

$$\begin{aligned} \delta_{k+2,i}^* &= -\text{sign}(\varsigma_{u1,i}) \eta_{k,i}^{\chi_{k+1}} \left( m-k + \sigma \eta_{k,i}^{\chi_k} r_{k-1} + \hat{\phi}_{k-1,i} \left( \delta_{2,i}, \delta_{3,i}, \dots, \delta_{k,i} \right) \right) \\ &\stackrel{\Delta}{=} -\text{sign}(\varsigma_{u1,i}) \eta_{k,i}^{\chi_{k+1}} \phi_{k,i} \left( \delta_{2,i}, \delta_{3,i}, \dots, \delta_{k+1,i} \right) \end{aligned} \quad (52)$$

将式(52)代入式(51)可得:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{k+1,i} &\leq -(m-k) \left| \varsigma_{u1,i} \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+1} + \dots + \eta_{k,i}^{\chi_2+1} \right) \right. \\ &\quad \left. - \sigma \left| \varsigma_{u1,i} \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \dots + \eta_{k,i}^{\chi_2+\gamma+1} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \eta_{k,i}^{2-\chi_k} \varsigma_{u1,i} \left( \delta_{k+2,i} - \delta_{k+2,i}^* \right) \right| \right) \end{aligned} \quad (53)$$

选取李雅普诺夫函数  $W_{m,i} = W_{2,i} + \int_{\delta_{3,i}^*}^{\delta_{3,i}} \left( h^{1/\chi_2} - \delta_{3,i}^{*1} \right)^{2-\chi_2} dh$

$$+ \dots + \int_{\delta_{m,i}^*}^{\delta_{m,i}} \left( h^{1/\chi_{m-1}} - \delta_{m,i}^{*1} \right)^{2-\chi_{m-1}} dh$$

根据在第  $k$  步的递归过程求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{m,i} &\leq - \left| \varsigma_{u1,i} \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+1} + \dots + \eta_{m-2,i}^{\chi_2+1} \right) + \eta_{m-1,i}^{2-\chi_{m-1}} \left( u_{2,i} - \varsigma_{u1,i} \right) \right. \\ &\quad \left. - \sigma \left| \varsigma_{u1,i} \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \dots + \eta_{m-2,i}^{\chi_2+\gamma+1} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left| \varsigma_{u1,i} \eta_{m-1,i}^{\chi_2+1} \left( r_{m-2} + \hat{\phi}_{m-2,i} \left( \delta_{2,i}, \dots, \delta_{m-2,i} \right) \right) \right| \right) \right| \end{aligned} \quad (54)$$

将所设计的控制协议(29)代入(54)可得:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{m,i} &\leq - \left| \varsigma_{u1,i} \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+1} + \dots + \eta_{m-1,i}^{\chi_2+1} \right) \right. \\ &\quad \left. - \sigma \left| \varsigma_{u1,i} \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+\gamma+1} + \dots + \eta_{m-1,i}^{\chi_2+\gamma+1} \right) \right| \right) \end{aligned} \quad (55)$$

对于  $l=3, 4, \dots, m$ , 由引理1可得:

$$\begin{aligned} \int_{\delta_{l,i}^*}^{\delta_{l,i}} \left( h^{\chi_{l-1}} - \delta_{l,i}^{*1} \right)^{2-\chi_{l-1}} dh &\leq \left| \delta_{l,i} - \delta_{l,i}^* \right| \left| \eta_{l-1,i} \right|^{2-\chi_{l-1}} \\ &\leq 2^{1-\chi_{l-1}} \left| \eta_{l-1,i} \right|^{\chi_{l-1}} \left| \eta_{l-1,i} \right|^{2-\chi_{l-1}} \leq 2 \eta_{l-1,i}^2 \end{aligned} \quad (56)$$

则有  $W_{m,i} \leq 2(\eta_{1,i}^2 + \eta_{2,i}^2 + \dots + \eta_{m-1,i}^2)$ , 由前面的定义可知

$0 < \chi_p < 1$ , 从而有  $0 < \frac{\chi_2+1}{2} < 1$ , 由引理3可得:

$$W_{m,i}^{\frac{\chi_2+1}{2}} \leq 2^{\frac{\chi_2+1}{2}} \left( \eta_{1,i}^{\chi_2+1} + \eta_{2,i}^{\chi_2+1} + \dots + \eta_{m-1,i}^{\chi_2+1} \right) \quad (57)$$

且由  $\frac{\chi_2+\gamma+1}{2} > 1$ , 进一步使用引理3可得:

结合式(55)、(57)和(58)可得:

$$\begin{aligned} & \eta_{1,i}^{x_2+\gamma+1} + \eta_{2,i}^{x_2+\gamma+1} + \dots + \eta_{m-1,i}^{x_2+\gamma+1} \\ &= \left(\eta_{1,i}^2\right)^{\frac{x_2+\gamma+1}{2}} + \left(\eta_{2,i}^2\right)^{\frac{x_2+\gamma+1}{2}} + \dots + \left(\eta_{m-1,i}^2\right)^{\frac{x_2+\gamma+1}{2}} \\ &\geq (m-1)^{\frac{1-x_2-\gamma}{2}} \left(\eta_{1,i}^2 + \eta_{2,i}^2 + \dots + \eta_{m-1,i}^2\right)^{\frac{x_2+\gamma+1}{2}} \\ &\geq 2^{\frac{x_2+\gamma+1}{2}} (m-1)^{\frac{1-x_2-\gamma}{2}} W_{m,i}^{\frac{x_2+\gamma+1}{2}} \end{aligned} \quad (59)$$

由前面参数的定义可知  $\gamma = 2 - 2\chi_2$ , 整理可得:

$$\dot{W}_{m,i} \leq -\left|c_{u1,i}\right| 2^{\frac{x_2+1}{2}} W_{m,i}^{1-\frac{x_2+1}{2}} - \sigma \left|c_{u1,i}\right| 2^{\frac{x_2-1}{2}} (m-1)^{\frac{x_2-1}{2}} W_{m,i}^{1+\frac{1-x_2}{2}} \quad (60)$$

由引理 4 可知,  $W_{m,i}$  可以在时间  $T_3 =$

$$\frac{2\pi}{d_3\sigma^2(1-\chi_2)(m-1)^{\frac{x_2-1}{4}}} \text{内收敛到零, 满足在控制目标(3)}$$

下实现对领导者的有限时间内一致性跟踪。证毕

**备注 3** 注意到在定理 2 的证明过程用到领导者输入有界这一条件, 这在实际中也具有重要的物理意义。实际中, 执行器(如电机、舵机等)性能有限, 只能在一定范围内提供控制输入。例如, 电机转速受限, 无法无限加速。输入有界确保控制信号符合硬件能力, 避免过载或损坏。同时有界输入有助于优化资源使用。如无人机编队, 能量有限, 有界输入可避免过度消耗, 延长任务时间。

**备注 4** 与现有研究<sup>[9-11]</sup>相比, 本文充分考虑高阶链式多智能体系统的非完整约束特性, 设计了有限时间控制策略, 能够满足系统在 DoS 攻击下快速收敛的严苛需求。同时通过严谨的理论推导, 证明了在 DoS 攻击周期存在上界的条件下, 系统能够满足预期收敛时间要求, 为系统在复杂攻击环境下的稳定运行提供了理论支撑。

**备注 5** 平滑化处理为在实际应用中避免由符号函数  $\text{sign}(\cdot)$  引起的控制输入抖振, 在仿真实现时可采用其平滑近似, 例如用  $\tanh(k\cdot\cdot)$  替代  $\text{sign}(\cdot)$ , 其中  $k$  为较大的正常数。该处理不会影响有限时间收敛性的理论证明, 但能显著改善执行器的平滑性。

### 3 仿真结果

#### 3.1 轮式移动机器人

考虑由一个领航者和五个跟随者组成的一组轮式移动机器人系统, 在第四章仿真部分我们已经对其运动学模型进行相应的坐标变换, 最终得到动力学方程:

$$\dot{x}_i = v_i \cos \theta_i, \dot{y}_i = v_i \sin \theta_i, \dot{\theta}_i = \omega_i \quad (61)$$

其中,  $(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^2$  表示机器人质心的位置坐标,  $\theta_i$  为机器人的方向角,  $v_i$  和  $\omega_i$  分别代表轮式移动机器人的线速度与角速度。进一步, 根据文献[24]中关于坐标

变换的关系式:  $x_{1,i} = -\theta_i, x_{2,i} = -x_i \sin \theta_i + y_i \cos \theta_i, \dot{x}_{3,i} = x_i \cos \theta_i + y_i \sin \theta_i, u_{1,i} = -\omega_i, u_{2,i} = v_i + x_{2,i} \omega_i$ , 系统(61)可转化为

$$\dot{x}_{1,i} = u_{1,i}, \dot{x}_{2,i} = x_{3,i} u_{1,i}, \dot{x}_{3,i} = u_{2,i} \quad (62)$$

在仿真结果中我们要确保每个跟随者轮式移动机器人的状态能够准确跟踪领导者的状态, 即使在遭受 DoS 攻击导致通信链路中断的情况下, 通过所设计的分布式观测器和控制协议, 使跟随者也能准确地获取领导者的状态信息并进行跟踪, 保证任务的顺利进行。其中控制协议参数及其他相应的仿真参数如表 1 所示。

表 1 数值仿真中的参数设置

Table 1 Parameter settings in numerical simulation

仿真参数	数值
选取李雅普诺夫函数领导者输入 $u_{1,0}$ 的上下界	1.0 ± 0.1
选取李雅普诺夫函数领导者输入 $u_{2,0}$ 的上下界	0.5 ± 0.3
观测参数初值 $\rho_0, \zeta_0, a_0, b_0$	1
观测器参数 $\alpha$	2
观测器参数 $\beta$	5
控制协议参数 $\varpi$	-0.4
控制协议参数 $\sigma$	0.3
控制协议参数 $\gamma$	0.8

由 1 个领航者和 5 个跟随者组成多轮式移动机器人系统的仿真拓扑如图 2 所示, 由于系统受到 DoS 攻击的影响, 每个轮式移动机器人都可能遭受相互独立的 DoS 攻击。这里针对轮式移动机器人的 DoS 攻击是对点的攻击, 即遭受攻击的轮式移动机器人无法接收和获取其他机器人的信息。DoS 攻击对系统的影响我们用拓扑图的切换来表示, 其中轮式移动机器人 2、3 和 5 遭受到了恶意攻击, 分别用拓扑图  $G^A$  和  $G^B$  来表示攻击的持续过程, 而当没有轮式移动机器人遭受攻击时, 其拓扑图为  $G$ 。此外, 攻击的持续时间和未遭受攻击的时长也可以用每个拓扑变化的驻留时间来表示。

首先假设 DoS 总攻击时长为 3 s, 领航机器人的输入为正弦波, 其振幅已在表 1 给出。从图 4 可知在起始阶段各跟随机器人观测器对领航机器人的输入观测可以在 0.5 s 内快速调整, 这表明当攻击还未发生时, 观测器可以很好地对领航机器人输入进行观测。而大约在 0.7 s 开始部分机器人开始遭受 DoS 攻击的影响, 导致其接收和发送信息都受到影响, 从而信息观测值在攻击发生期间维持不变。同时结合图 5 不难看出, 攻击也对输入观测误差产生了较大影响, 致使在攻击发生期间观测误差变大。约 1.5 s 攻击过后, 机器人之间恢复正常的通信状态, 可以看出在 0.1 s 就重新完成了对领航机器人输入的观测。值得

注意的是,轮式移动机器人3和5是在同一条链路上,所以当机器人3遭受DoS攻击时,对其链路后面的机器人同样会产生影响。为此不难看出,DoS攻击

对系统通信的破坏是巨大的,特别是链式动力学多轮式移动机器人系统,同时也表明了观测器具有良好的抗干扰能力和适应性。

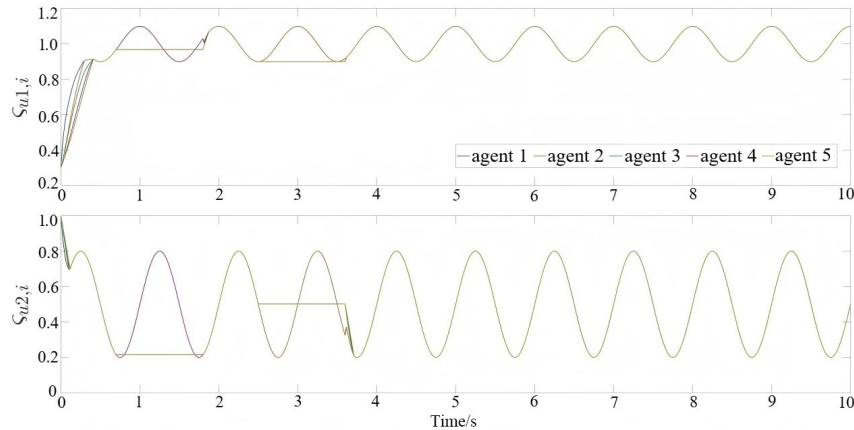


图4 DoS攻击下观测输入仿真结果

Figure 4 Simulation results of the estimated input under DoS attacks

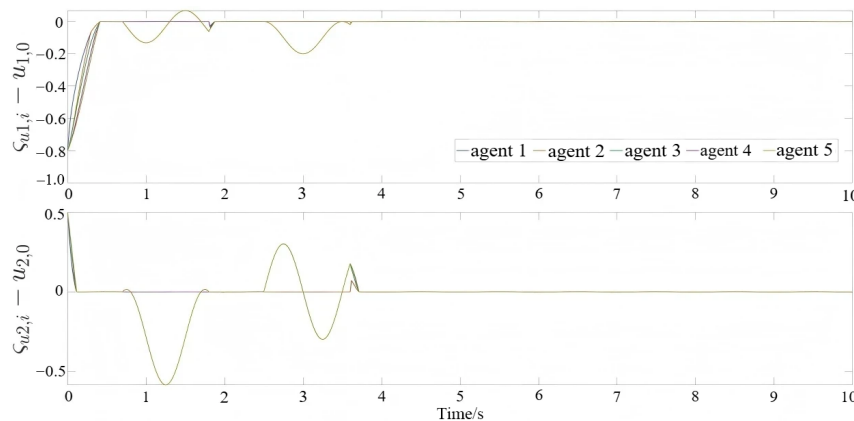


图5 DoS攻击下观测输入误差仿真结果

Figure 5 Simulation results of observation input error under DoS attacks

状态观测误差的仿真结果如图6所示。可以看出受DoS攻击的影响,通信通道遭受严重破坏使得各观测器的观测误差显著波动剧烈,特别是从0.7 s开始部分机器人观测误差明显增大,反映出攻击对各通信链路干扰的不均衡性,而从3 s开始,各个误差曲线朝着同一稳定值逐渐收敛,而到6 s所有观测状态误差均全部收敛到零,达成一致性收敛。尽管受攻击影响给观测过程带来了巨大挑战,但观测器凭借自身的调节机制,不断适应恶劣的攻击环境,有效克服干扰,最终实现对领航机器人状态观测的一致性,确保了多轮式移动机器人系统在遭受攻击时,仍能稳定获取关键状态信息,为系统的可靠运行提供了重要保障。同时结合图7可以看出,状态追踪误差的收敛时

间约为7 s,观测器不断适应和修正观测误差,为跟随机器人提供更准确的状态信息,使得机器人能更好地调整自身状态,减小追踪误差实现一致性稳定。

### 3.2 对比仿真

本小节将所提的控制器与文献[25]所提的有限时间基于观测器的分布式控制器(记为控制器B)进行仿真性能对比。文献[25]首先设计一种观测器来实现对领导者状态的估计,其观测器设计为

$$\hat{\sigma}_{i,1} = -k_1 \cdot \text{sign} \left( \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{\sigma}_{i,1} - \hat{\sigma}_{j,1}) + b_i (\hat{\sigma}_{i,1} - \sigma_1^d) \right) + \hat{u}_{i,1}$$

$$\hat{u}_{i,1} = -k_2 \cdot \text{sign} \left( \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{u}_{i,1} - \hat{u}_{j,1}) + b_i (\hat{u}_{i,1} - u_1^d) \right), i \in \Gamma$$

$$\hat{\sigma}_{i,s-1} = -l_{s-2} \cdot \text{sign} \left( \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{\sigma}_{i,s-1} - \hat{\sigma}_{j,s-1}) \right) + b_i (\hat{\sigma}_{i,s-1} - \sigma_{s-1}^d) + \hat{\sigma}_{i,s} \hat{u}_{i,1}, \quad s = 3, 4, \dots, m$$

$$\hat{u}_{i,2} = -l_m \cdot \text{sign} \left( \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{u}_{i,2} - \hat{u}_{j,2}) + b_i (\hat{u}_{i,2} - u_2^d) \right) \quad (63)$$

其中,  $\hat{\sigma}_i$  和  $\hat{u}_i$  分别为对领导者状态和输入的观测变量。其控制器设计为

$$u_{i,1} = \hat{u}_{i,1} - \beta_1 \text{sign}^\alpha(\tilde{\sigma}_{i,1})$$

$$u_{2,i} = \hat{u}_{i,2} - \beta_m |\hat{u}_{i,1}| \left[ \tilde{\sigma}_{i,m-1}^{r_{m-1}} + \beta_{m-1}^{r_{m-1}} \text{sign}(\hat{u}_{i,1}) \right] \left[ \tilde{\sigma}_{i,m-1}^{r_{m-2}} + \dots + \beta_3^{r_3} \text{sign}(\hat{u}_{i,1}) \times \tilde{\sigma}_{i,3}^{r_3} + \beta_2^{r_2} \text{sign}(\hat{u}_{i,1}) \tilde{\sigma}_{i,2} \right] \dots \quad (64)$$

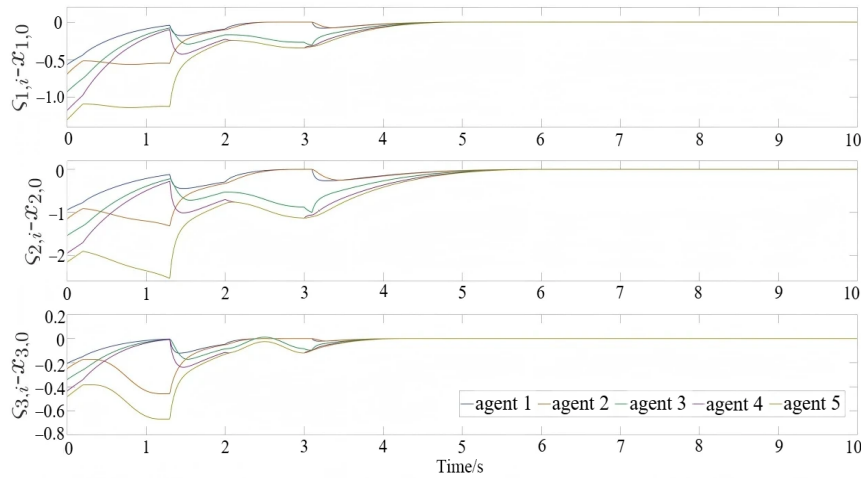


图6 DoS攻击状态观测误差仿真结果

Figure 6 Simulation results of state observation error under DoS attacks

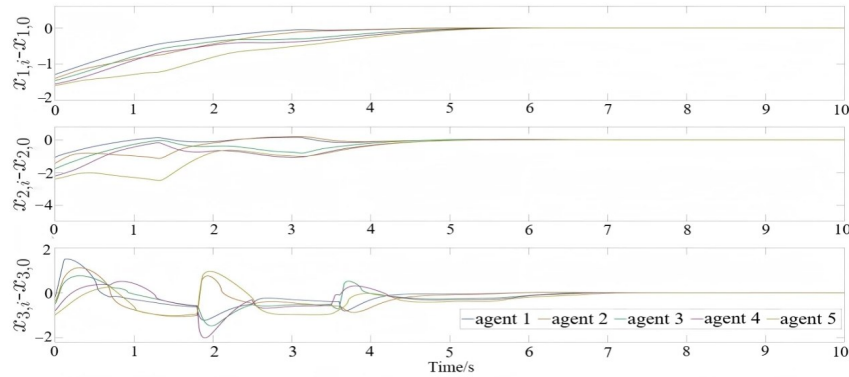


图7 DoS攻击下状态追踪误差仿真结果

Figure 7 Simulation results of state tracking error under DoS attacks

将控制器B下的多轮式移动机器人系统处于相同的DoS攻击场景下进行仿真,其观测误差结果如图8所示,其在6s时仍有部分误差处于调整状态,收敛速度相对缓慢。而我们所提的观测器在6s已经实现收敛,体现了在面对干扰时,能够更迅速地调整观测误差,能为多轮式移动机器人系统更及时、准确地提供领航机器人的状态信息。从图9所示的状态追踪误差不难看出,跟随机器人在追踪过程中受到较大干扰,无法有效减小追踪误差,在仿真结束时还有部分

状态误差未完全收敛到零。而我们所提的控制器让跟随机器人更快调整,收敛时间明显更短,能更快从干扰中恢复并保持稳定追踪,体现出更强的抗干扰性能。

进一步从图10(a)可以看出,不同的状态追踪误差的收敛时间整体较为集中,波动幅度较小,收敛时间大多处于7s内。而从图10(b)可以看出,在控制器B下的状态追踪误差收敛时间范围波动大,部分状态在10s还没完全收敛,而本文控制器下智能体状态追踪误差收敛所需时间更短,这意味着系统能够更快

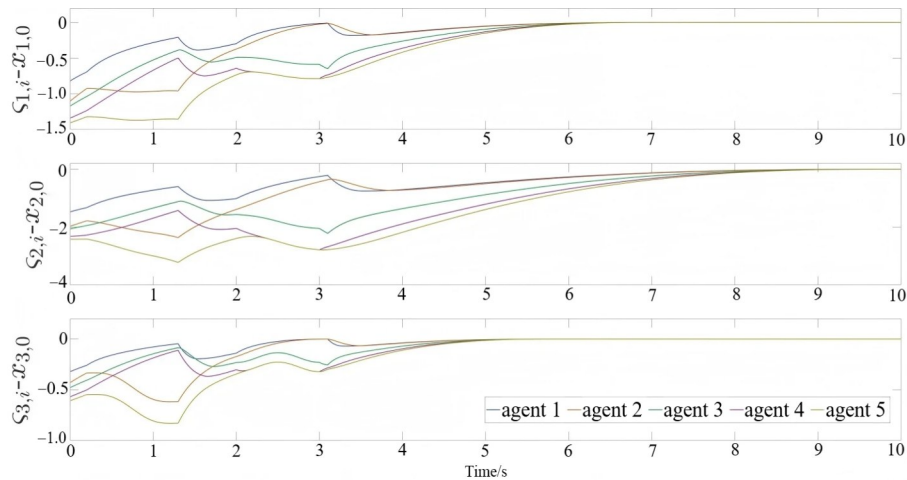


图8 DoS攻击下观测器B的观测误差仿真结果

Figure 8 Simulation results of observation error for observer B under DoS attacks

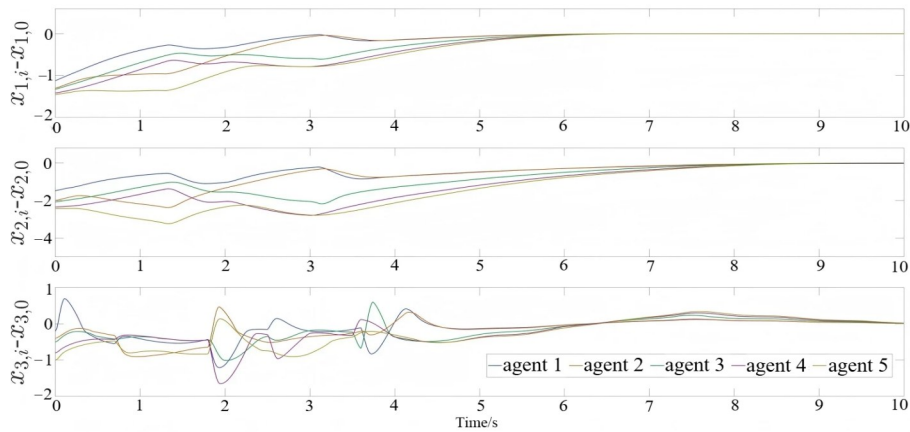


图9 DoS攻击下控制器B的追踪误差仿真结果

Figure 9 Simulation results of tracking error for controller B under DoS attacks

地从异常通信的干扰中恢复,更快地实现状态追踪,提高了系统应对突发异常情况的能力,能够在更短时间内使系统回归到正常运行状态或趋近预期状态,相比控制器B具有更高的运行效率。

### 3.3 鲁棒性与抗噪性分析

为了验证所提控制协议在实际应用中的可行性与鲁棒性,本节进一步分析系统在测量噪声干扰下的性能表现,并对关键控制参数的敏感性进行测试。

#### (1) 抗噪声干扰性能测试

在实际系统中,传感器测量不可避免地会引入噪声。为评估所设计观测器与控制器的抗噪能力,在跟随者状态反馈中引入均值为零、方差为 $\sigma_n^2=0.01$ 的高斯白噪声。进行10次蒙特卡罗仿真,跟踪误差的均值与标准差范围如图11(a)所示。可以观察到,尽管在DoS攻击期间误差出现波动,但所提控制协议能有效抑制噪声影响,平均跟踪误差仍能在有限时间 $T_c$ 内

收敛至阈值 $\varepsilon=0.05$ 以下。图11(b)展示了智能体1的控制输入 $u_{1,i}$ 和 $u_{2,i}$ 在一次典型试验中的波形。控制信号虽有高频抖动,但其幅值始终被限定在执行器的物理约束范围内,即图中虚线范围内,且抖标准差较小,表明所设计的有限时间协议结合平滑化处理(见备注5)能有效缓解抖振现象,保障了执行的平稳性。

#### (2) 参数敏感性分析

控制协议(27)和(29)中的参数 $\sigma$ 和 $\gamma$ 对系统收敛性能有重要影响。为评估算法对参数波动的鲁棒性,令 $\sigma$ 和 $\gamma$ 在其标称值( $\sigma=0.3, \gamma=0.8$ )附近 $\pm 10\%$ 范围内随机波动,进行100次蒙特卡罗仿真。收敛时间的分布如图12(a)箱线图所示,标称值对应的收敛时间7.0 s用红色星号标出。统计结果表明,收敛时间均值稳定,波动范围有限。图12(b)进一步展示了参数 $(\sigma, \gamma)$ 的联合波动如何影响收敛时间,图中颜色越深表示收敛时间越长。标称参数点周围区域颜色变化平缓,

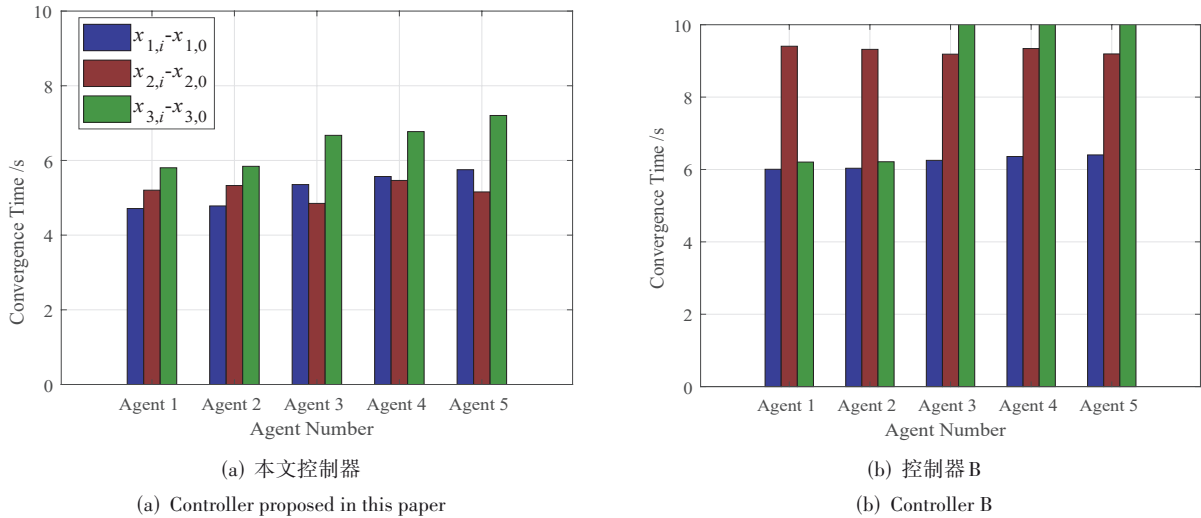
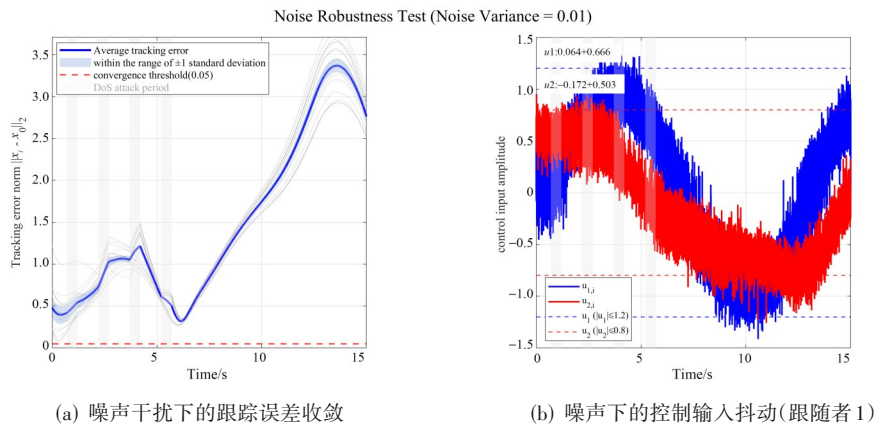


图 10 不同控制器下状态追踪误差收敛时间对比  
Figure 10 Comparison of convergence time for state tracking error under different controllers



(a) 噪声干扰下的跟踪误差收敛 (b) 噪声下的控制输入抖动(跟随者 1)  
(a) Convergence of tracking error under noise disturbance (b) Control input chattering under noise (Follower 1)

图 11 噪声鲁棒性测试结果

Figure 11 Noise robustness test results

表明系统性能对参数的微小变化不敏感,所设计的参数具备良好的工程鲁棒性,为实际调参提供了裕度。

#### 4 结束语

本文提出了一种基于观测器的有限时间安全控制协议,用于解决链式多智能体系统因遭受 DoS 攻击而产生的安全控制问题。首先,从系统建模角度出发,分别为多智能体系统中的领导者和跟随者构建高阶链式动力学模型;随后对 DoS 攻击场景进行建模,将 DoS 攻击定义为点对点攻击模式,即规定受攻击智能体在信息传输过程中既无法接收其他智能体的信息,也无法向外界发送自身信息。为应对 DoS 攻击导致的通信链路中断问题,设计了分布式观测器。接着基于反步控制的设计理念与流程,设计了有限时间控制协议,该协议充分考虑了系统在 DoS 攻击下的动态

特性与安全需求。最后通过 MATLAB 数值仿真实验,在构建的 DoS 攻击场景下对所设计的有限时间控制协议进行了充分验证,实验结果证明了所设计安全控制策略在应对 DoS 攻击方面的有效性。同时开展了对比仿真实验,通过与其他相关策略的对比分析,进一步凸显了本研究提出策略的显著优势。需要指出的是,受研究周期与实验条件所限,本文在数值仿真中主要与一种代表性方法进行了对比分析。尽管这足以初步验证所提方法的有效性,但未来研究仍有必要在更广泛的对比基准下进一步评估算法的综合性能,以更全面地彰显其先进性与鲁棒性。我们将在后续工作中对此进行深入拓展。

未来研究工作可从以下几个方向展开:(1)将所提出的控制架构部署于实际多机器人或无人车编队实验平台,在真实通信受限与攻击环境下验证其鲁棒

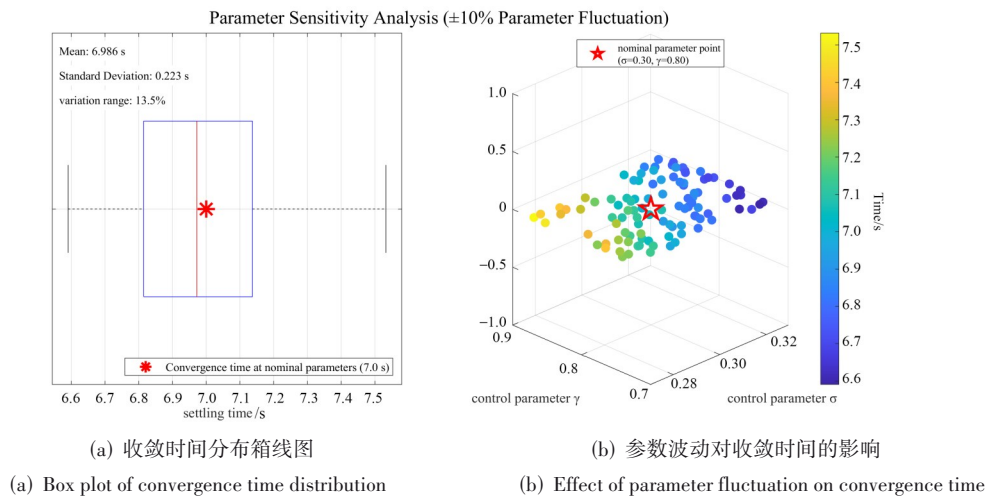


图 12 参数敏感性分析结果

Figure 12 Results of parameter sensitivity analysis

性;(2)研究混合型网络攻击场景下的安全协同控制机制;(3)设计参数自适应或基于学习的控制策略,以提升系统在时变动态与未知扰动下的适应性;(4)探索具有弹性拓扑与动态恢复能力的通信协议,进一步增强系统在持续攻击下的生存性。这些方向将有助于推动高阶链式多智能体系统安全控制从理论到实际应用的深入发展。

#### 参考文献

- [1] Yu G, Liu D, Xing Y Y, et al. Cooperative optimization control of double-integrator multi-agent systems under DoS attacks[C]//2024 18th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision. Piscataway: IEEE, 2024: 302-307.
- [2] Li R H, Ren G Q, Gan Q T, et al. Event-based fixed-time secure control for multiagent systems under distributed DoS attacks[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2025, 21(4): 2858-2867.
- [3] Fang Z Y, Wang X G, Yi X J. Fault-tolerant containment control under denial-of-service attacks[C]//2025 IEEE International Conference on Unmanned Systems. Piscataway: IEEE, 2025: 594-599.
- [4] Kang H B, Ma H J, Niu B. Observer-based adaptive finite-time containment control for nonlinear multiagent systems subject to FDI attacks[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2025, 22: 16938-16947.
- [5] Zheng Z X, Wang Y J, Li C. Observer-based fixed-time leader-following consensus control for MASs subject to DoS attack[C]//2023 7th International Symposium on Computer Science and Intelligent Control. Piscataway: IEEE, 2023: 236-240.
- [6] Wei Y, Pan Y N. Predefined-time containment control for multiagent systems under denial-of-service attacks[C]//2024 6th International Conference on Electronic Engineering and Informatics. Piscataway: IEEE, 2024: 756-759.
- [7] Li H R, Zhao P, Zhang S X, et al. Predefined-time event-triggered average consensus of nonlinear multi-agent systems under DoS attacks[C]//2025 44th Chinese Control Conference. Piscataway: IEEE, 2025: 5716-5722.
- [8] Zhou X, Huang C Y, Li P, et al. Leader-following identical consensus for Markov jump nonlinear multi-agent systems subjected to attacks with impulse[J]. Nonlinear Analysis: Modelling and Control, 2023, 28: 1-25.
- [9] Li H J, Cao J D. Observer-based output feedback event-triggered bounded consensus of multi-agent systems under DoS attacks[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2024, 131: 107843.
- [10] Li S S, Du H B, Chen W L, et al. Design of non-smooth consensus protocol for multi-agent systems under DoS attacks[J]. Applied Mathematics and Computation, 2024, 463: 128360.
- [11] Li Y M, Tong S C. Bumpless transfer distributed adaptive backstepping control of nonlinear multi-agent systems with circular filtering under DoS attacks[J]. Automatica, 2023, 157: 111250.
- [12] Mousavian M, Atrianfar H. Resilient adaptive event-triggered containment control of nonlinear multi-agent system under concurrent DoS attacks and disturbances[J]. International Journal of Systems Science, 2025, 56(1): 40-59.
- [13] Zhan W W, Miao Z Q, Chen Y J, et al. Event-triggered finite-

time formation control for networked nonholonomic mobile robots under denial-of-service attacks[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2023, 10(6): 3754-3766.

- [14] Zhan W W, Miao Z Q, Zhang H, et al. Resilient formation control with Koopman operator for networked NMRs under denial-of-service attacks[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2024, 54(11): 7065-7078.
- [15] Amini A, Asif A, Mohammadi A. A unified optimization for resilient dynamic event-triggering consensus under denial of service[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(5): 2872-2884.
- [16] Sarrafan N, Zarei J, Razavi-Far R, et al. Resilient finite-time consensus tracking for nonholonomic high-order chained-form systems against DoS attacks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2024, 54(2): 739-751.
- [17] 张清华, 洪承鑫, 赵凡, 等. 认知不确定性问题的边界思维[J]. 电子学报, 2025, 53(10): 3622-3639.  
ZHANG Qinghua, HONG Chengxin, ZHAO Fan, et al. Boundary thinking for cognitive uncertainty problems[J]. Acta Electronica Sinica, 2025, 53(10): 3622-3639. (in Chinese)
- [18] Yang H P, Li Z. Finite-time consensus for multi-agent systems with directed dynamically changing topologies[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2023, 33(14): 8657-8669.
- [19] Yu X F, Yang Y Q, Qing N N. Finite-time pinning event-

triggered control for bipartite consensus of hybrid-order heterogeneous multi-agent systems with antagonistic links[J]. Applied Sciences, 2024, 14(20): 9468.

- [20] Lu R X, Wu J, Zhan X S, et al. Finite-time bipartite consensus for second-order nonlinear multi-agent systems under random switching topologies[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(12): 4474-4478.
- [21] Li H Y, Li X. Finite-time predictive consensus for discrete-time heterogeneous multi-agent systems over switching digraphs[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2023, 70(6): 2136-2140.
- [22] Luo Y P, Huang W J, Cao J D, et al. Finite-time consensus of second-order multi-agent connectivity preserving based on adaptive sliding mode control[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2024, 137: 108142.
- [23] Huang X Q, Lin W, Yang B. Global finite-time stabilization of a class of uncertain nonlinear systems[J]. Automatica, 2005, 41(5): 881-888.
- [24] Dong W J, Farrell J A. Cooperative control of multiple nonholonomic mobile agents[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(6): 1434-1448.
- [25] Du H B, Wen G H, Yu X H, et al. Finite-time consensus of multiple nonholonomic chained-form systems based on recursive distributed observer[J]. Automatica, 2015, 62: 236-242.

#### 作者简介



**王靖瑶** 女,1988年5月出生于河北省唐山市。现为厦门大学航空航天学院副教授、博士生导师。获福建省科学技术进步奖、厦门市科学技术进步奖等奖项4项。在国内外发表学术论文60余篇。

E-mail: wangjingyao1@xmu.edu.cn



**宋健** 男,2001年7月出生于江西省赣州市。2023年毕业于中国石油大学(华东)测控技术与仪器系。现为厦门大学航空航天学院硕士研究生。主要研究方向为车辆协同编队控制。

E-mail: songjian0712@163.com



**郭景华** 男,1982年12月出生于山西省大同市。现为厦门大学萨本栋微米纳米科学技术研究院副教授、博士生导师。在国内外发表学术论文60余篇。主要研究方向为智能网联汽车与自动驾驶、人工智能、先进车辆控制技术。

E-mail: guojh@xmu.edu.cn



**曾泽钦** 男,1999年8月出生于福建省泉州市。曾为厦门大学航空航天学院硕士研究生。主要研究方向为多智能体协同控制。

E-mail: 2562904501@qq.com